Л. Э. Генденштейн
Ю. И. Дик

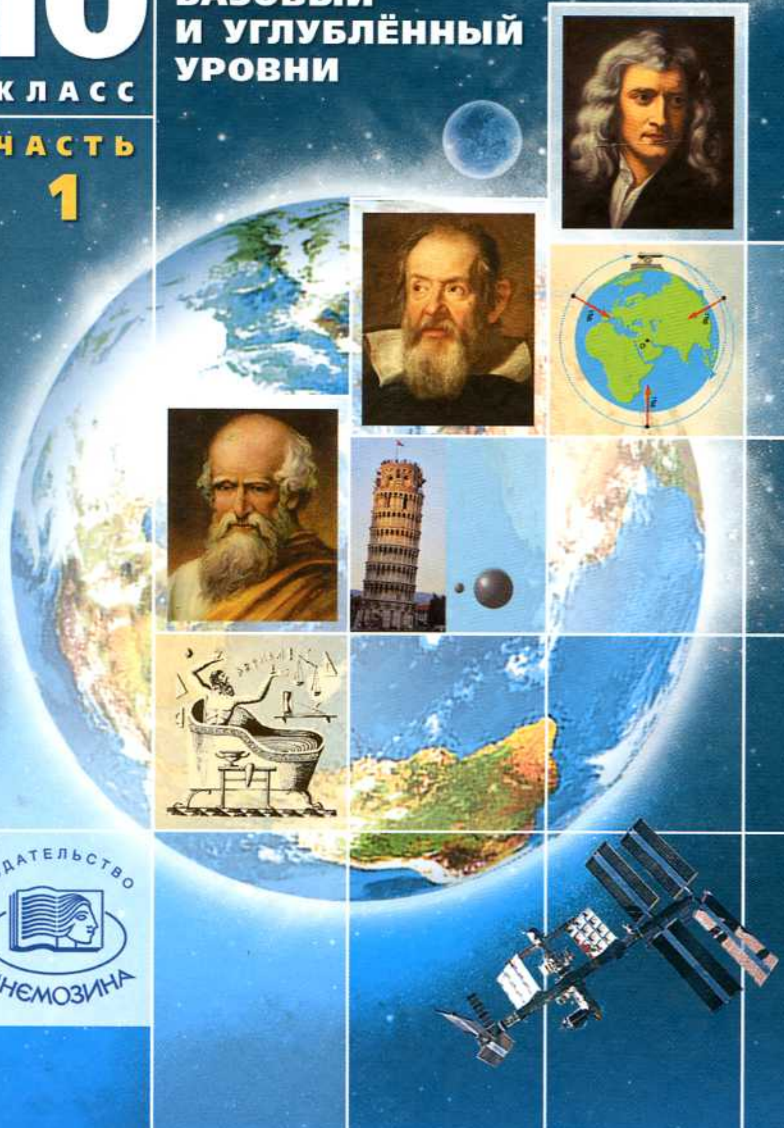
Физика

УЧЕБНИК

БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЁННЫЙ УРОВНИ

10 КЛАСС

ЧАСТЬ 1



ИЗДАТЕЛЬСТВО
МНЕМОЗИНА

Л. Э. Генденштейн
Ю. И. Дик

Физика

10
КЛАСС
ЧАСТЬ
1

УЧЕБНИК
для учащихся
общеобразовательных организаций

БАЗОВЫЙ
И УГЛУБЛЁННЫЙ
УРОВНИ

Под редакцией В. А. Орлова

Рекомендовано
Министерством образования и науки
Российской Федерации

ИЗДАТЕЛЬСТВО
МНЕМОЗИНА

Москва 2014

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721
Г34

На учебник получены положительные заключения Российской академии наук (№ 10106-5215/127 от 12.10.2012) и Российской академии образования (№ 01-5/7д-558 от 11.10.2012)

Генденштейн Л. Э.

Г34 Физика. 10 класс. Ч. 1 : учеб. для учащихся общеобразоват. организаций (базовый и углублённый уровни) / Л. Э. Генденштейн, Ю. И. Дик ; под ред. В. А. Орлова. — М. : Мнемозина, 2014. — 304 с. : ил.

ISBN 978-5-346-02807-9

Учебник предназначен для изучения физики на базовом и углублённом уровнях в соответствии с новым ФГОС. Используется системно-деятельностный подход в обучении, способствующий формированию универсальных учебных действий. Многие задания погружены непосредственно в текст параграфа, поэтому параграфы можно использовать как сценарии уроков. В каждой главе имеется раздел «Готовимся к ЕГЭ. Ключевые ситуации в задачах». Цветные иллюстрации делают учебник наглядным, доступным и интересным для учащихся. В первой части учебника изложена механика, во второй — молекулярная физика, электростатика, законы постоянного тока.

УДК 373.167.1:53
ББК 22.3я721

Учебное издание

Генденштейн Лев Элевич, **Дик** Юрий Иванович

ФИЗИКА
10 класс
Часть 1

УЧЕБНИК
для учащихся общеобразовательных организаций
(базовый и углублённый уровни)

Формат 60 × 90 $^1/_{16}$. Бумага офсетная № 1. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 19,0. Тираж 5000 экз. Заказ № 9361

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.
E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг, «КНИГА — ПОЧТОЙ», ИНТЕРНЕТ-магазин).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел./факс: 8 (495) 783 8284; тел.: 8 (495) 783 8285. E-mail: magazin@mnemozina.ru
www.shop. mnemozina.ru

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография», филиал «Ульяновский Дом Печати».
432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14.

ISBN 978-5-346-02806-2 (общ.)
ISBN 978-5-346-02807-9 (ч. 1)

ИЗУЧАЕМ ФИЗИКУ ВМЕСТЕ

Расскажи мне — и я забуду,
Покажи мне — и я запомню,
Вовлеки меня — и я *научусь*.

Конфуций

Изучить физику — это значит научиться решать задачи!

Почему физику считают самым трудным школьным предметом? Конечно, из-за *задач*!

Однако, если вы *научитесь* решать задачи по физике, она превратится из самого трудного предмета в самый *интересный*. Ведь решение задач требует смекалки, а кто из вас не любит компьютерных игр или детективных историй, где нужна смекалка и где догадка доставляет радость?!

Надеемся, что этот учебник станет вашим добрым помощником в *обучении решению задач*. Живая ткань физики не разрезана здесь на «теорию» и «задачи» (давайте, мол, сначала выучим теорию, а потом будем применять её к решению задач).

Дело в том, что разделение физики на «теорию» и «задачи» *искусственно*: ведь все физические *теории* учёные строили, решая конкретные *задачи*, а *понять* теорию можно только решая *задачи*!

Мы предлагаем вам изучать физику ВМЕСТЕ. Вы скоро убедитесь, что *сами* можете легко вывести большинство формул (мы будем всё время *помогать* вам!). И тогда вы действительно *поймёте* их и научитесь ими пользоваться.

Вместе с вами мы *будем исследовать* ситуации, лежащие в основе подавляющего большинства экзаменационных задач. Таких ситуаций (мы называем их *ключевыми*) во много раз меньше, чем разных задач. Поэтому исследовать все ключевые ситуации *можно*, а *запомнить* решения всех задач невозможно.

Научившись *исследовать*, вы не растеряетесь на экзамене перед *новой* задачей, потому что с помощью исследования можно решить даже довольно трудную задачу. «Подстановкой формул» тут не обойтись: надо *понимать*, о каких явлениях идёт речь и каковы их особенности. *Заучив* же решения даже тысяч задач, вы не сможете решить новую задачу, отличающуюся от «заученных». А такие задачи будут!

Как построен этот учебник?

Учебник является *двухуровневым* и предназначен для изучения физики на базовом и углублённом уровнях. В связи с этим каждая глава учебника *разделена на две части*.

Первая часть главы соответствует базовому уровню. Она содержит все необходимые описания опытов, факты и формулы. Эта часть предназначена *всем* учащимся.

Вторая часть главы под рубрикой «*Готовимся к ЕГЭ: ключевые ситуации в задачах*» предназначена тем, кто изучает физику на *углублённом* уровне (или, занимаясь на базовом уровне, готовится сдавать ЕГЭ по физике). Изучая вторую часть главы, вы сможете принять участие в *совместном* исследовании ключевых ситуаций.

В тексте каждого параграфа содержится много заданий, которые помогут учителю организовать урок в диалоговом режиме с учётом дифференциации учащихся. Этих заданий достаточно для тех, кто изучает физику на базовом уровне. Дополнительные задания, помещённые в конце параграфов, предназначены в основном для углублённого изучения физики.

Действуй!

Сколько бы вы ни *смотрели* на игру в футбол, вы не сможете после этого играть *сами*. Уже древние мудрецы знали, что *научиться* чему-либо можно только *действуя*: другого способа научиться *нет*!

Поэтому сразу берите ручку и начинайте *вместе с нами* решать задачи буквально с первой страницы учебника. На первых порах у вас может не получаться.

Мы всё время будем рядом: к трудным задачам мы подобрали более простые подготовительные, ко многим заданиям даём подсказки и указания.

Не сдавайтесь, и вы научитесь решать задачи!

Углубить и расширить свои знания, а также узнать о других учебных проектах можно с помощью интернет-ресурсов, приведённых на стр. 276.

Часть 1 **УЧЕБНИК**

Механика

Глава **1** # КИНЕМАТИКА

§ 1. СИСТЕМА ОТСЧЁТА, ТРАЕКТОРИЯ, ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

Механика изучает *механическое движение*, то есть *изменение положения тел друг относительно друга с течением времени*. Основная задача механики — определение положения тел в заданный момент времени, если известны положение и скорость тел в начальный момент.

Движение тел зависит от *взаимодействия* между ними. Но для изучения взаимодействий тел нужно овладеть понятиями, с помощью которых *описывают* движение тела. Это — *траектория* движения тела, его *перемещение*, *скорость* и *ускорение*. Раздел механики, в котором рассматривают *описание* движения тел, называют *кинематикой*.

1. СИСТЕМА ОТСЧЁТА

Из курса физики основной школы вы знаете, что *движение относительно*. Например, сидящий в кресле пассажир летящего самолёта (рис. 1.1) покоится относительно самолёта, однако относительно Земли он движется, причём довольно быстро. Кроме того, он движется относительно стюардессы, идущей вдоль рядов кресел.

Рис. 1.1

Поэтому, прежде чем описывать движение тел, мы должны выбрать тело, относительно которого будем рассматривать положение всех тел в данной задаче. Это тело называют *телом отсчёта*.

Иногда тело отсчёта не указывают явно (когда из-за этого не может возникнуть недоразумений).

? **1.** Что принято за тело отсчёта в следующих случаях?

а) Автомобиль едет со скоростью 100 км/ч.
б) Стюардесса идёт со скоростью 1 м/с.
в) Скорость Луны равна 1 км/с.

С телом отсчёта связывают *систему координат* (рис. 1.2). Кроме того, для описания движения нужны часы.

Тело отсчёта, связанная с ним система координат и часы образуют *систему отсчёта*.

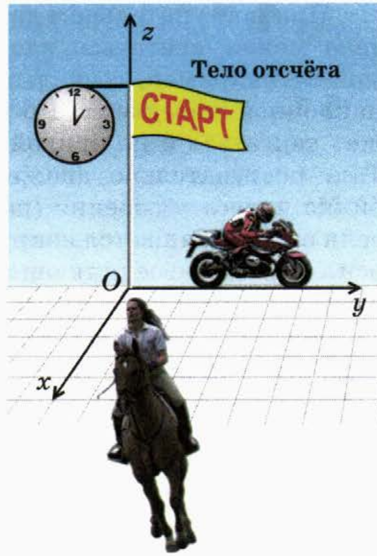


Рис. 1.2

2. МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА

Часто для описания движения тела достаточно задать движение только одной его точки. В таком случае тело мысленно заменяют одной точкой.

Тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь, называют материальной точкой.

Тело можно считать материальной точкой в следующих случаях.

а) Когда *размеры тела малы по сравнению с расстоянием, пройденным телом*. В этом случае различие в движении разных точек тела несущественно.

Рис. 1.3

Например, самолёт можно считать материальной точкой, если надо найти время его перелёта между двумя городами (рис. 1.3). Но его нельзя считать материальной точкой при рассмотрении фигур высшего пилотажа.

б) *При поступательном движении тела*. Так называют движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, поэтому для описания движения тела можно задать движение только *одной* его точки. При поступательном движении отрезок, соединяющий любые две точки тела, остаётся параллельным самому себе.

При поступательном движении тело может двигаться вдоль прямой — например, соскальзывать с наклонной плоскости. Но оно может двигаться и по кривой линии. Так, поступательно движется кабинка колеса обозрения (рис. 1.4), если она не вращается вокруг своей оси. Отрезок, соединяющий середину пола кабинки с серединой её крыши, остаётся всё время вертикальным (на фотографии он показан красным).

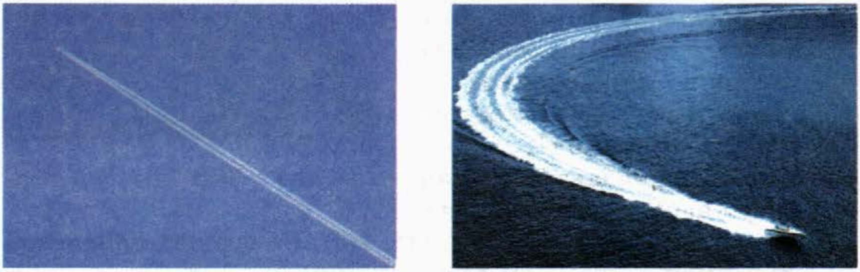
Рис. 1.4

2. Приведите пример задачи, в которой Землю можно считать материальной точкой, и задачи, в которой нельзя.

3. ТРАЕКТОРИЯ, ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

В дальнейшем мы будем рассматривать в основном такие задачи, в которых тело можно считать материальной точкой.

Когда тело движется, соответствующая ему материальная точка описывает в пространстве некоторую воображаемую линию, которую называют *траекторией движения* тела (или, для краткости, просто траекторией). Если тело оставляет за собой след, траектория тела становится видимой (рис. 1.5).



а *б*

Рис. 1.5

На рисунке 1.5, *а* изображена траектория *прямолинейного* движения тела, а на рисунке 1.5, *б* — *криволинейного*.

Если конечная точка траектории совпадает с начальной, траекторию называют *замкнутой*.

3. Приведите свои примеры прямолинейного и криволинейного движения, а также движения по замкнутой траектории.

Зависит ли форма траектории от выбора системы отсчёта?

Рассмотрим пример, предложенный Галилеем.

С вершины мачты плывущего корабля на палубу падает ядро. В системе отсчёта, связанной с кораблём, траектория движения ядра — прямолинейный вертикальный отрезок (рис. 1.6, *а*). В системе же отсчёта, связанной с Землёй, ядро движется по кривой линии — параболе (рис. 1.6, *б*).

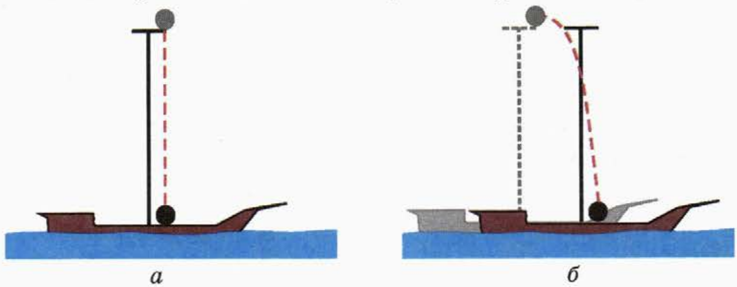


Рис. 1.6

Итак, *форма траектории движения тела зависит от выбора системы отсчёта*.

Длину траектории называют *путём*, пройденным телом.

Если тело проходит какой-то участок траектории несколько раз, то путь равен длине этого участка, умноженной на число, показывающее, сколько раз тело прошло этот участок. Например, если автомобиль делает три круга по шоссе длиной 100 км, то пройденный им путь равен 300 км.

Путь является *скалярной* величиной (то есть характеризуется только числовым значением). Будем обозначать путь буквой l.

4. Какие из графиков, приведённых на рисунке 1.7, не могут отображать зависимость пути от времени? Почему?

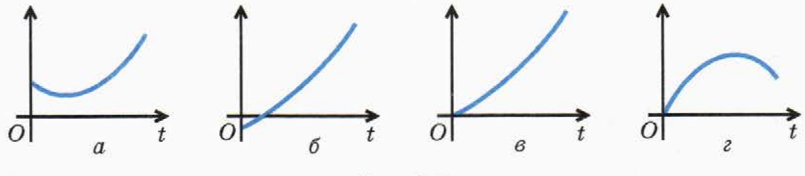


Рис. 1.7

Если за любые равные промежутки времени тело проходит равные пути, движение тела называют *равномерным*. Оно может быть как прямолинейным, так и криволинейным.

Если же пути, проходимые телом за равные промежутки времени, не одинаковы, движение называют *неравномерным*.

5. Приведите примеры равномерного и неравномерного движения — как прямолинейного, так и криволинейного.

Пусть тело (материальная точка), двигаясь по некоторой траектории, переместилось из начального положения А в положение Б (рис. 1.8).

Направленный отрезок, проведённый от начального положения тела к его положению в данный момент времени, называют перемещением $\vec{s}$ тела.

Перемещение является *векторной* величиной, которая характеризуется неотрицательным числовым значением (*модулем*) и *направлением*.

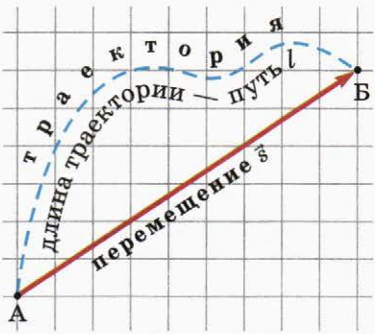


Рис. 1.8

6. Используя рисунок 1.8, найдите модуль перемещения материальной точки (масштаб на чертеже 1:1). Придумайте, как измерить пройденный путь, и найдите его значение.

7. Как движется тело, если:

а) модуль его перемещения равен пройденному пути?

б) перемещение равно нулю, но путь не равен нулю?

8. Изобразите в тетради как можно более простую траекторию движения, для которой:

а) путь в 3 раза больше модуля перемещения;

б) путь в $\frac{\pi}{2}$ раз больше модуля перемещения.

9. Длина минутной и секундной стрелок часов равна 10 см. В начальный момент концы стрелок совпадают.

а) Чему равны модули перемещений концов этих стрелок за 20 мин?

б) Какой путь прошёл конец каждой стрелки за это время?

4. ДЕЙСТВИЯ С ВЕКТОРНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Векторные величины[1] широко используют в физике: это, например, перемещение, скорость, ускорение. Векторную величину обозначают буквой со стрелкой над ней, а модуль этой величины — той же буквой, но без стрелки. Например, перемещение обозначают $\vec{s}$, а модуль перемещения — s.

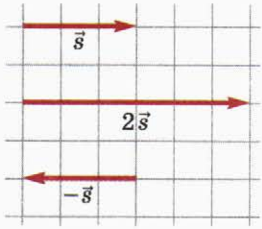


Рис. 1.9

Напомним действия с векторами, уже знакомые вам из курса математики.

а) Умножение вектора на число

При умножении вектора на число его модуль умножают на это число. Важно помнить: если это число отрицательно, то направление вектора *изменяется на противоположное*. На рисунке 1.9 изображены векторы $\vec{s}$, $2\vec{s}$ и $-\vec{s}$.

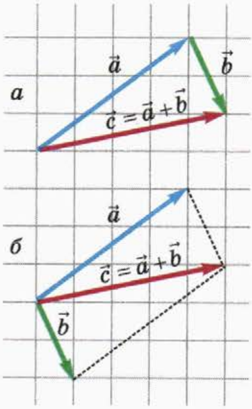


Рис. 1.10

б) Сложение векторов

Две векторные величины складывают по правилу треугольника (рис. 1.10, *а*) или по правилу параллелограмма (рис. 1.10, *б*). Результат сложения один и тот же, поэтому при выборе правила сложения исходят из соображений удобства.

в) Вычитание векторов

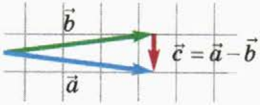


Рис. 1.11

Чтобы вычесть из вектора $\vec{a}$ вектор $\vec{b}$, можно отложить эти векторы из одной точки и соединить направленным отрезком конец вектора $\vec{b}$ с концом вектора $\vec{a}$ (рис. 1.11). Этот направленный отрезок и есть вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Действительно, из рисунка 1.11 видно, что $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

Мы намеренно выбрали случай, когда векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равны по модулю. Обратите внимание на то, что при малом угле между такими векторами их разность представляет собой вектор, почти перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Это замечание пригодится нам в дальнейшем.

[1] Часто для краткости их называют просто векторами.

10. Вектор $\vec{a}$ направлен вертикально вверх, а вектор $\vec{b}$ — по горизонтали вправо. Модуль вектора $\vec{a}$ равен 4, а модуль вектора $\vec{b}$ равен 3. Постройте вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Чему равен его модуль?

Проекции векторных величин

Действия с векторными величинами часто упрощаются, если использовать *проекции*[1] этих величин на оси координат. Проекцию вектора обозначают той же буквой, что и сам вектор, но без стрелки и с индексом внизу, указывающим ось координат. Например, проекцию вектора $\vec{a}$ на ось x обозначают a_x.

Чтобы найти проекцию вектора на ось координат, проецируют изображающий этот вектор отрезок на данную ось, а затем приписывают проекции знак «+» или «−» в зависимости от того, как направлен данный вектор относительно выбранной оси. На рисунке 1.12 показано, как находить проекции векторов на оси координат x и y.

Обратите внимание, что проекция вектора может быть *положительной*, *отрицательной* или равной *нулю*.

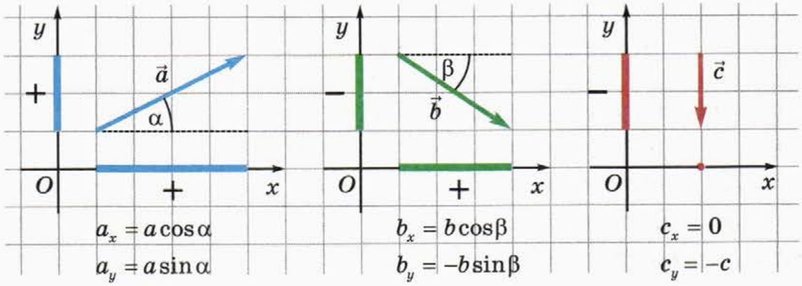


Рис. 1.12

При умножении вектора на число все проекции этого вектора умножаются на то же число.

При сложении векторов их проекции складываются, а при вычитании — вычитаются.

Например, если $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$, то $a_x = b_x + c_x$; $a_y = b_y + c_y$.

[1] В школьном курсе геометрии проекции вектора называют координатами вектора.

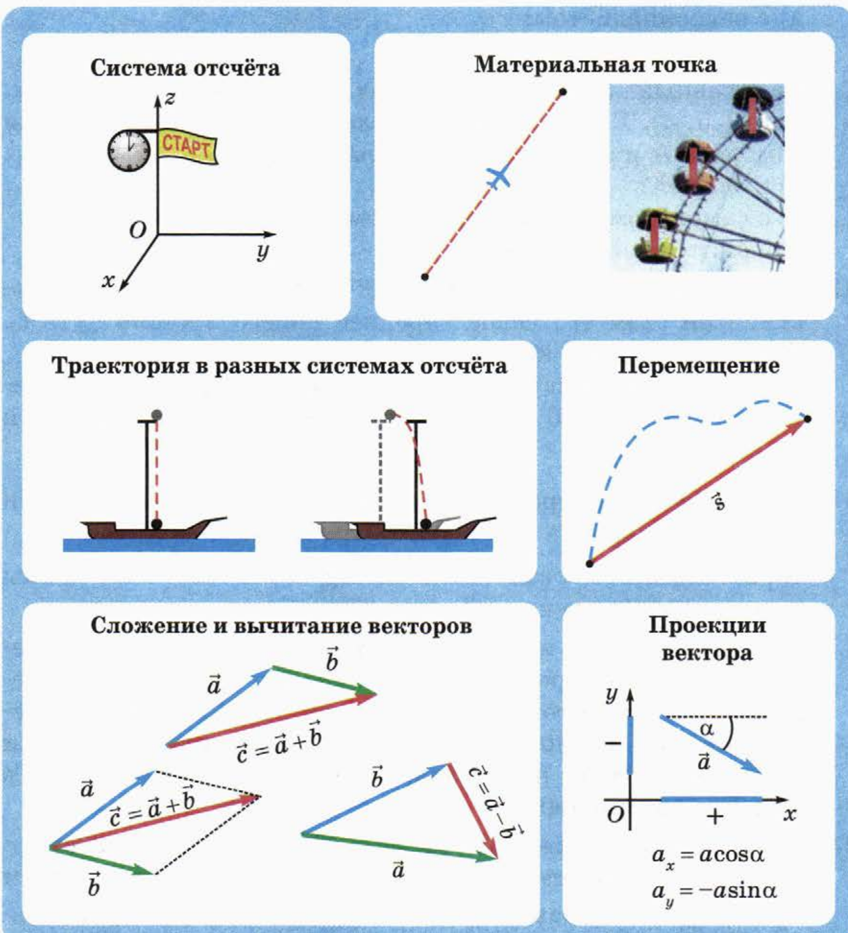
11. Изобразите на чертеже в тетради:

а) вектор, у которого обе проекции на оси координат x, y отрицательны;

б) два вектора с общим началом, модули которых не равны, а проекции на ось x равны;

в) два вектора с общим началом, модули которых равны, а проекции на ось y не равны.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

12. Корабль совершил кругосветное путешествие за полгода. Является ли его траектория замкнутой в системе отсчёта, связанной:

а) с Землёй? б) с Солнцем?

Как изменились бы ответы, если бы путешествие длилось точно год?

13. Велосипедист едет по прямой дороге. Изобразите в тетради приблизительный вид траектории точки колеса велосипеда в системе отсчёта, связанной:

а) с велосипедистом;

б) с дорогой.

14. Реактивный самолёт А оставляет в небе след (см. рис. 1.5, *а*). Является ли этот след траекторией движения самолёта А в системе отсчёта, связанной:

а) с Землёй?

б) с самолётом Б, летящим рядом с самолётом А?

Поясните свои ответы.

15. Автомобиль поворачивает на 90° вправо по дуге окружности. При этом его левое переднее колесо прошло путь $l_л$. Выразите путь $l_п$, который прошло правое колесо, через $l_л$ и расстояние между колёсами d. Найдите числовое значение $l_п$, если $l_л = 10$ м, $d = 1{,}5$ м. Сделайте пояснительный чертёж.

16. Вектор $\vec{a}$ имеет проекции $a_x = 3$ см, $a_y = 5$ см, а проекции вектора $\vec{b}$ равны $b_x = 4$ см, $b_y = -2$ см. Изобразите эти векторы и найдите графически вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Чему равны проекции этого вектора?

17. Полярник вышел из палатки, расположенной точно на Северном полюсе, прошёл 5 км по прямой, затем в направлении точно на восток 15,71 км, после этого повернул налево и шёл по прямой ещё 5 км. Какова форма траектории полярника? Чему равен модуль перемещения? Сделайте в тетради пояснительный чертёж.

18. Турист переместился из пункта A в пункт B, а затем — в пункт C. Известно, что $s_{AB} = 5$ км, $s_{AC} = 4$ км, причём $\vec{s}_{BC} \perp \vec{s}_{AC}$. Чему равен s_{BC}? Сделайте в тетради пояснительный чертёж.

§ 2. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. СКОРОСТЬ

Поставим опыт

Толкнём тележку, находящуюся на горизонтальной поверхности, по которой она может двигаться практически без трения (можно использовать тележку на воздушной подушке).

На рисунке 2.1 изображены положения тележки через равные промежутки времени. Мы видим, что за *равные* промежутки времени тележка совершает *одинаковые* перемещения.

Рис. 2.1

Движение тела, при котором оно за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения, называют *прямолинейным равномерным*.

Это движение вы уже изучали в основной школе. Главная его характеристика — *скорость*.

Скоростью $\vec{v}$ **прямолинейного равномерного движения называют отношение перемещения** $\vec{s}$ **к промежутку времени** t**, за который произошло это перемещение:**

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}. \qquad (1)$$

Скорость — *векторная* величина. Единицей скорости в СИ является 1 м/с.

1. Используя рисунок 2.1, ответьте на следующие вопросы:

а) чему равна скорость тележки в опыте, изображённом на рисунке 2.1, если показаны положения тележки через каждые 0,2 с?

б) какой путь проехала бы тележка за 1 ч, если бы она продолжала двигаться прямолинейно равномерно?

Скорость автомобилей и поездов задают обычно в км/ч, а ракет и искусственных спутников — в км/с.

2. Человек идёт со скоростью 1 м/с. Какова его скорость в км/ч?

3. Автомобиль едет со скоростью 36 км/ч. Какой станет его скорость в км/ч, если она увеличится на 5 м/с?

2. ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ КООРДИНАТЫ ОТ ВРЕМЕНИ

Из определения скорости (1) получаем соотношение между проекциями скорости и перемещения (например, на ось x):

$$v_x = \frac{s_x}{t}. \quad (2)$$

Направим ось x вдоль прямой, по которой движется тело, и совместим начало координат с начальным положением тела (оно отмечено светлым кружком на рисунке 2.2). Тогда

$$s_x = x, \quad (3)$$

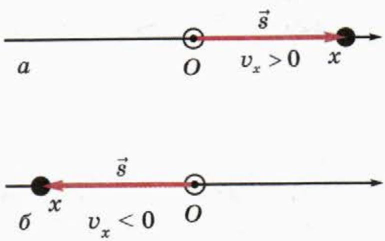


Рис. 2.2

причём s_x положительно, если тело переместилось в положительном направлении оси x (рис. 2.2, *а*), и отрицательно, если тело переместилось в отрицательном направлении оси x (рис. 2.2, *б*).

Из формул (2) и (3) получаем в этом случае:

$$v_x = \frac{x}{t}. \quad (4)$$

Проекция скорости $v_x > 0$, когда тело движется в положительном направлении оси x (рис. 2.2, *а*); если тело движется в отрицательном направлении оси x, то $v_x < 0$.

Из формулы (4) следует, что зависимость координаты тела от времени выражается формулой

$$x = v_x t. \quad (5)$$

Итак, при прямолинейном равномерном движении из начала координат координата тела x *прямо пропорциональна* проекции скорости v_x. График такой зависимости — *отрезок* *прямой*, один из концов которого совпадает с началом координат. Значение координаты x увеличивается со временем, если $\upsilon_x > 0$, то есть когда тело движется в положительном направлении оси x, и уменьшается со временем, если $\upsilon_x < 0$, то есть когда тело движется в отрицательном направлении оси x.

4. На рисунке 2.3 изображены графики зависимости координаты от времени для пешехода и велосипедиста.

а) Каким цветом изображён график для пешехода?

б) В каком направлении оси x ехал велосипедист?

в) Чему равны модули скорости пешехода и велосипедиста?

г) Перенесите графики в тетрадь и добавьте к ним график зависимости координаты от времени для автомобиля, который едет в отрицательном направлении оси x, если модуль его скорости в 5 раз больше модуля скорости велосипедиста.

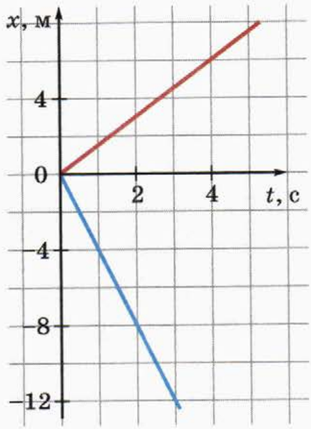


Рис. 2.3

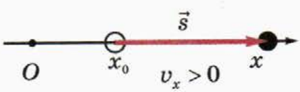


Рис. 2.4

Если в начальный момент тело находилось не в начале координат, а в точке с координатой x_0 (рис. 2.4), то

$$s_x = x - x_0. \tag{6}$$

Поэтому формула (2) принимает вид

$$\upsilon_x = \frac{x - x_0}{t},$$

откуда следует, что в общем случае

$$x = x_0 + \upsilon_x t. \tag{7}$$

Начальное значение координаты x_0 тоже может быть как положительным, так и отрицательным.

5. По аналогии с рисунком 2.4 сделайте в тетради чертежи, соответствующие:

а) $x_0 < 0$; $\upsilon_x > 0$; б) $x_0 < 0$; $\upsilon_x < 0$.

6. На рисунке 2.5 изображены графики зависимости координаты от времени для тела, движущегося вдоль оси x.

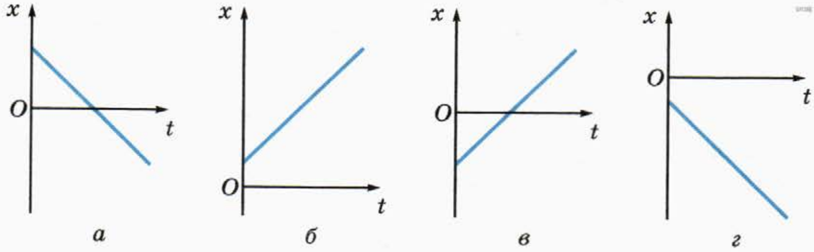


Рис. 2.5

а) Какие графики описывают движение тела в направлении, противоположном направлению оси x?

б) На каких графиках показано, что тело проходит через начало координат?

в) На каких графиках x_0 и v_x имеют противоположные знаки?

7. На рисунке 2.6 изображены графики зависимости координаты от времени для велосипедиста и грузовика.

а) Каким цветом изображён график для грузовика?

б) Какому событию соответствует точка пересечения графиков?

в) Какие величины можно определить по этим графикам? Чему они равны?

г) Перенесите эти графики в тетрадь и добавьте к ним график зависимости координаты от времени для легкового автомобиля, который двигался прямолинейно и равномерно, встретился сначала с велосипедистом, а потом — с грузовиком, причём обе эти встречи произошли до того, как грузовик и велосипедист встретились друг с другом. В каком направлении относительно оси x двигался этот легковой автомобиль?

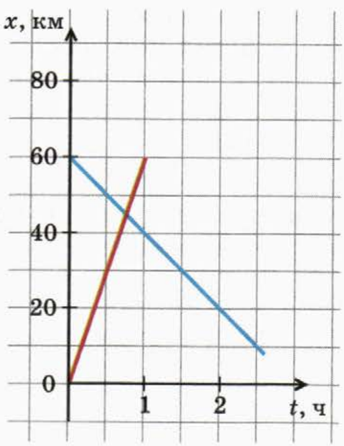
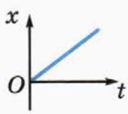


Рис. 2.6

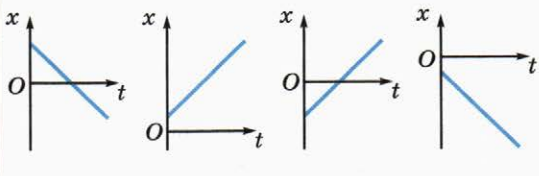
ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Прямолинейное равномерное движение

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} \Rightarrow v_x = \frac{x}{t}$$



$$x = v_x t$$



$$x = x_0 + v_x t$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

8. В 2011 году был установлен очередной мировой рекорд в марафонском беге: дистанцию длиной 42 км 195 м бегун пробежал за 2 ч 3 мин 38 с. А мировой рекорд 2009 года в забеге на 100 м был равен 9,58 с. Приняв, что в обоих случаях бегуны двигались равномерно, найдите скорость каждого из них (в м/с).

9. Искусственный спутник Земли движется по низкой круговой орбите со скоростью, равной примерно 8 км/с. Во сколько раз эта скорость больше скорости самого быстрого гоночного автомобиля? Рекорд скорости для гоночного автомобиля найдите в Интернете.

10. Начертите в тетради возможные графики зависимости координаты от времени для грузовика и легкового автомобиля, если известно, что они ехали в противоположных направлениях, встретились через 1 ч после начала наблюдения, а модуль скорости легкового автомобиля в 3 раза больше, чем модуль скорости грузовика.

11. Зависимость координаты от времени[1] для пешехода выражается формулой $x = 30 - 1{,}5t$, а для велосипедиста — формулой $x = 15 + 5t$. Изобразите на одном чертеже гра-

[1] Здесь и далее числовые значения величин приведены в единицах СИ.

фики зависимости координаты от времени для пешехода и велосипедиста, выбрав такой масштаб, чтобы момент их встречи был отображён на графике.

12. Зависимость координат тела от времени выражается формулами $x = 8 - 4t$; $y = -6 + 3t$.

а) Чему равны проекции скорости тела на оси координат?

б) Чему равны проекции перемещения тела за 4 с на оси координат?

в) Изобразите графики зависимости $x(t)$, $y(t)$.

г) Изобразите графики зависимости проекций перемещения от времени.

д) Напишите формулу, выражающую зависимость $y(x)$.

е) Какой путь тело прошло за 4 с?

ж) Изобразите график зависимости пути от времени.

13. Тело движется прямолинейно и равномерно в координатной плоскости xOy. Проекция скорости тела на ось x равна 60 км/ч. Перемещение тела за 6 мин равно 10 км. Какой может быть проекция скорости тела на ось y?

14. На рисунке 2.7 изображены графики зависимости $x(t)$ для двух тел. Изобразите графики зависимости пути от времени для этих тел.

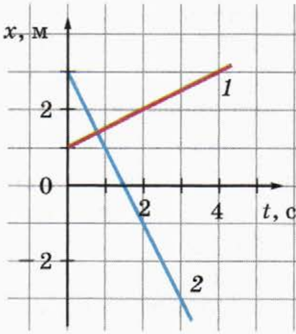


Рис. 2.7

15. Поезд длиной b переезжает через мост длиной d. Скорость поезда равна v.

а) Выразите через b, d, v промежуток времени t_1, в течение которого машинист находился над мостом.

б) Выразите через b, d, v промежуток времени t_2, в течение которого поезд проезжал мимо столба, расположенного при въезде на мост.

в) Выразите через b, d, v промежуток времени t, в течение которого хотя бы часть поезда была на мосту.

г) Найдите длину поезда, если, двигаясь со скоростью 60 км/ч, он ехал по мосту длиной 100 м в течение 30 с.

§ 3. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И ПЕРЕХОД В ДРУГУЮ СИСТЕМУ ОТСЧЁТА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВДОЛЬ ОДНОЙ ПРЯМОЙ

1. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

В некоторых задачах рассматривается движение тела относительно другого тела, которое также движется в выбранной системе отсчёта. Рассмотрим пример.

По реке плывёт плот, а по плоту идёт человек в направлении течения реки — в том направлении, куда плывёт плот (рис. 3.1, *а*). Используя установленный на плоту столб, можно отмечать как перемещение плота относительно берега, так и перемещение человека относительно плота.

Обозначим $\vec{v}_{чп}$ скорость человека относительно *плота*, а $\vec{v}_{пб}$ — скорость плота относительно *берега*[1].

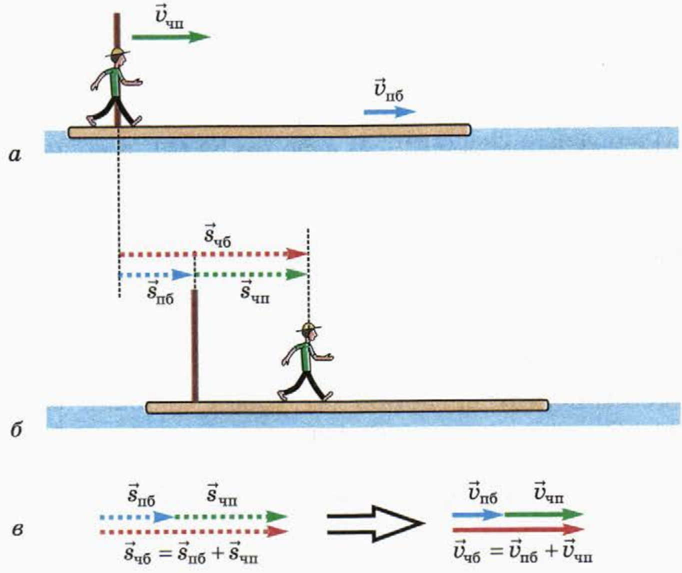


Рис. 3.1

[1] Обычно принимают, что скорость плота относительно берега равна скорости течения реки. Скорость и перемещение тела *1* относительно тела *2* мы будем обозначать с помощью двух индексов: первый индекс относится к телу *1*, а второй — к телу *2*. Например, $\vec{v}_{12}$ обозначает скорость тела *1* относительно тела *2*.

Рассмотрим перемещения человека и плота за некоторый промежуток времени t.

Обозначим $\vec{s}_{пб}$ перемещение плота относительно берега, а $\vec{s}_{чп}$ — перемещение человека относительно плота (рис. 3.1, *б*).

Векторы перемещений изображены на рисунках пунктирными стрелками, чтобы отличить их от векторов скоростей, изображённых сплошными стрелками.

Перемещение $\vec{s}_{чб}$ человека относительно *берега* равно *векторной* сумме перемещения человека относительно плота и перемещения плота относительно берега (рис. 3.1, *в*):

$$\vec{s}_{чб} = \vec{s}_{пб} + \vec{s}_{чп}. \quad (1)$$

Свяжем теперь перемещения со скоростями и промежутком времени t. Мы получим:

$$\vec{s}_{чп} = \vec{v}_{чп}t, \quad (2)$$

$$\vec{s}_{пб} = \vec{v}_{пб}t\,, \quad (3)$$

$$\vec{s}_{чб} = \vec{v}_{чб}t\,, \quad (4)$$

где $\vec{v}_{чб}$ — скорость человека относительно *берега*.

Подставляя формулы (2—4) в формулу (1), получаем:

$$\vec{v}_{чб}t = \vec{v}_{пб}t + \vec{v}_{чп}t.$$

Сократим обе части этого уравнения на t и получим:

$$\vec{v}_{чб} = \vec{v}_{пб} + \vec{v}_{чп}. \quad (5)$$

Правило сложения скоростей

Соотношение (5) представляет собой *правило сложения скоростей*. Оно является *следствием сложения перемещений* (см. рис. 3.1, *в*, внизу).

В общем виде правило сложения скоростей выглядит так:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2, \quad (6)$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — скорости тел *1* и *2* в одной и той же системе отсчёта, а $\vec{v}_{12}$ — скорость тела *1* относительно тела *2*.

Итак, скорость $\vec{v}_1$ тела *1* в данной системе отсчёта равна векторной сумме скорости $\vec{v}_{12}$ тела *1* относительно тела *2* и скорости $\vec{v}_2$ тела *2* в *той же* системе отсчёта.

В рассмотренном выше примере скорость человека относительно плота и скорость плота относительно берега были направлены *одинаково*. Рассмотрите теперь случай, когда они направлены *противоположно*. Не забудьте, что скорости надо складывать по правилу сложения векторов!

1. Человек идёт по плоту *против* течения (рис. 3.2). Сделайте в тетради чертёж, с помощью которого можно найти скорость человека относительно берега. Масштаб для вектора скорости: две клетки соответствуют 1 м/с.

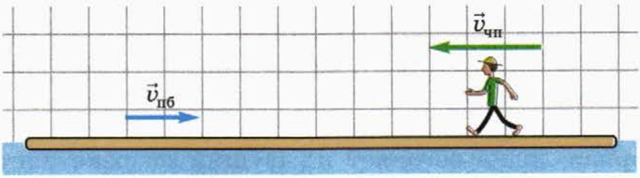


Рис. 3.2

Уметь складывать скорости необходимо при решении задач, в которых рассматривается движение лодок или судов по реке или полёт самолёта при наличии ветра. При этом текущую воду или движущийся воздух можно представлять себе как «плот», который движется с постоянной скоростью относительно земли, «неся» на себе суда, самолёты и пр.

Например, скорость плывущей по реке лодки относительно берега равна векторной сумме скорости лодки относительно воды и скорости течения реки.

2. Скорость моторной лодки относительно воды равна 8 км/ч, а скорость течения равна 4 км/ч. За сколько времени лодка проплывёт от пристани А до пристани Б и обратно, если расстояние между ними 12 км?

3. От пристани А одновременно отплыли плот и моторная лодка. За то время, пока лодка доплыла до пристани Б, плот проплыл треть этого расстояния.

а) Во сколько раз скорость лодки относительно воды больше скорости течения?

б) Во сколько раз время движения лодки из Б в А больше, чем время её движения из А в Б?

4. Самолёт пролетел из города М в город Н за 1,5 ч при попутном ветре. Обратный перелёт при встречном ветре занял 1 ч 50 мин. Скорость самолёта относительно воздуха и скорость ветра оставались постоянными.

а) Во сколько раз скорость самолёта относительно воздуха больше скорости ветра?

б) Сколько времени занял бы перелёт из М в Н в безветренную погоду?

2. ПЕРЕХОД В ДРУГУЮ СИСТЕМУ ОТСЧЁТА

Проследить за движением *двух* тел намного проще, если *перейти в систему отсчёта, связанную с одним из этих тел*. Тело, с которым связана система отсчёта, *покоится* относительно неё, поэтому следить надо только за другим телом.

Рассмотрим примеры.

Моторная лодка обгоняет плывущий по реке плот. Через час после этого она разворачивается и плывёт обратно. Скорость лодки относительно воды 8 км/ч, скорость течения 2 км/ч. Через какое время после разворота лодка встретит плот?

Если решать эту задачу в системе отсчёта, связанной с берегом, то пришлось бы следить за движением *двух* тел — плота и лодки, да ещё учесть при этом, что скорость лодки относительно берега зависит от скорости течения.

Если же перейти в систему отсчёта, связанную с плотом, то *плот* и *река* «остановятся»: ведь плот движется по реке как раз со скоростью течения. Поэтому в этой системе отсчёта всё происходит как в озере, где течения нет: лодка плывёт от плота и к плоту с *одинаковой* по модулю скоростью! И раз она удалялась в течение часа, то через час она приплывёт обратно.

Как видим, для решения задачи не понадобились ни скорость течения, ни скорость лодки.

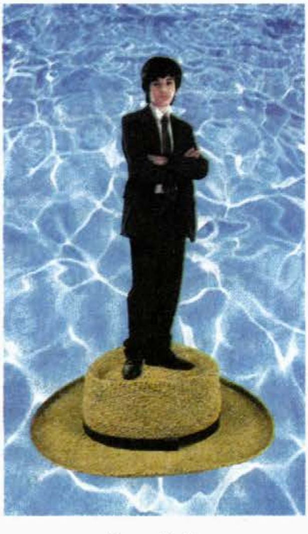


Рис. 3.3

5. Проезжая под мостом на лодке, человек уронил в воду соломенную шляпу. Через полчаса он обнаружил пропажу, поплыл обратно и нашёл плывущую шляпу на расстоянии 1 км от моста. Сначала лодка плыла по течению и её скорость относительно воды была равна 6 км/ч.

Перейдите в систему отсчёта, связанную со шляпой (рис. 3.3), и ответьте на следующие вопросы.

а) Сколько времени человек плыл к шляпе?

б) Чему равна скорость течения?

в) Какая информация в условии не нужна для ответа на эти вопросы?

6. По прямой дороге со скоростью 1 м/с идёт пешая колонна длиной 200 м. Находящийся во главе колонны командир посылает всадника с поручением к замыкающему. Через сколько времени всадник вернётся обратно, если он скачет со скоростью 9 м/с?

Выведем общую формулу для нахождения скорости тела в системе отсчёта, связанной с другим телом. Воспользуемся для этого правилом сложения скоростей.

Напомним, что оно выражается формулой

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_{12}, \qquad (7)$$

где $\vec{v}_{12}$ — скорость тела *1* относительно тела *2*.

Перепишем формулу (1) в виде

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2, \qquad (8)$$

где $\vec{v}_{12}$ — скорость тела *1* в системе отсчёта, связанной с телом *2*.

Эта формула позволяет найти скорость $\vec{v}_{12}$ тела *1* относительно тела *2*, если известны скорость $\vec{v}_1$ тела *1* и скорость $\vec{v}_2$ тела *2*.

7. На рисунке 3.4 изображены три автомобиля, скорости которых даны в масштабе: двум клеткам соответствует скорость 10 м/с.

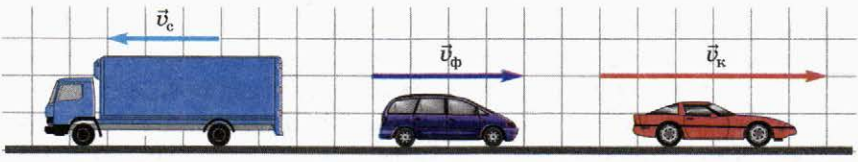


Рис. 3.4

Найдите:

а) скорость синего и фиолетового автомобилей в системе отсчёта, связанной с красным автомобилем;

б) скорость синего и красного автомобилей в системе отсчёта, связанной с фиолетовым автомобилем;

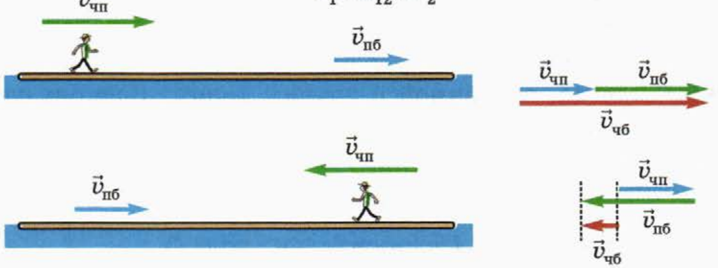
в) скорость красного и фиолетового автомобилей в системе отсчёта, связанной с синим автомобилем;

г) какая (какие) из найденных скоростей наибольшая по модулю? наименьшая?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Сложение скоростей

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2$$



Переход в другую систему отсчёта

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

8. Человек прошёл по плоту длиной b и *вернулся в начальную точку*. Скорость человека относительно плота всё время направлена вдоль реки и равна по модулю $v_ч$, а скорость течения равна $v_т$. Найдите выражение для пути, пройденного человеком *относительно берега*, если:

а) сначала человек шёл по направлению течения;

б) сначала человек шёл в направлении, противоположном течению (рассмотрите *все* возможные случаи!).

в) Найдите *весь* путь, пройденный человеком относительно берега: 1) при $b = 30$ м, $v_ч = 1{,}5$ м/с, $v_т = 1$ м/с; 2) при $b = 30$ м, $v_ч = 0{,}5$ м/с, $v_т = 1$ м/с.

9. Пассажир идущего поезда заметил, что мимо его окна промчались две встречные электрички с интервалом 6 мин. С каким интервалом они проехали мимо станции? Скорость поезда 100 км/ч, скорость электричек 60 км/ч.

10. Два человека одновременно начали спуск на эскалаторе. Первый стоял на одной ступеньке. С какой скоростью шёл по эскалатору второй, если он спустился в 3 раза быстрее, чем первый? Скорость эскалатора 0,5 м/с.

11. На эскалаторе 100 ступеней. Идущий вниз по эскалатору человек насчитал 80 ступеней. Во сколько раз скорость человека больше скорости эскалатора?

12. От пристани А одновременно отправились плот и моторная лодка. Пока плот доплыл до пристани Б, лодка сплавала от А до Б и обратно. Расстояние АБ равно 10 км.

а) Во сколько раз скорость лодки относительно воды больше скорости течения?

б) Какое расстояние проплыл плот, когда: 1) лодка доплыла до Б? 2) плот встретил лодку, плывущую обратно?

13. Самый быстрый зверь — гепард (рис. 3.5): он может мчаться со скоростью 30 м/с, но не более одной минуты. Гепард заметил антилопу, находящуюся от него на расстоянии 500 м. С какой скоростью должна бежать антилопа, чтобы спастись?

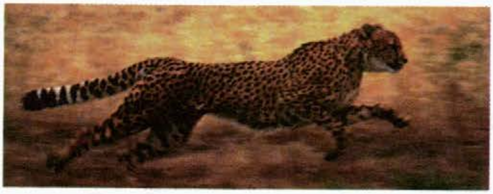


Рис. 3.5

§ 4. МГНОВЕННАЯ И СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

1. МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ

В этом параграфе мы будем рассматривать *неравномерное* движение. Однако при этом нам пригодится то, что мы знаем о прямолинейном равномерном движении.

На рисунке 4.1 показаны положения разгоняющегося автомобиля на прямом шоссе с интервалом времени 1 с. Стрелка указывает на зеркальце заднего вида, положение которого мы рассмотрим далее более подробно.

Рис. 4.1

Мы видим, что за *равные* интервалы времени автомобиль проходит *разные* пути, то есть движется *неравномерно*.

Уменьшим теперь последовательные интервалы времени в 20 раз — до 0,05 с — и проследим за изменением положения автомобиля в течение половины секунды (это нетрудно сделать, например, с помощью видеосъёмки).

Чтобы не загромождать рисунок 4.2, на нём изображены только два положения автомобиля с промежутком времени 0,5 с. Последовательные положения автомобиля с интервалом 0,05 с отмечены положением его зеркальца заднего вида (показано красным цветом).

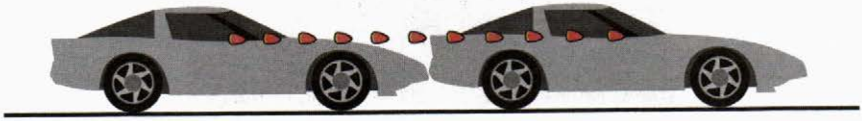


Рис. 4.2

Мы видим, что когда последовательные равные промежутки времени *достаточно малы*, то пути, проходимые автомобилем за эти промежутки времени, практически *одинаковы*. А это означает, что движение автомобиля в течение столь малых промежутков времени можно с хорошей точностью считать *прямолинейным равномерным*.

Оказывается, этим замечательным свойством обладает *любое* движение (даже криволинейное): если рассматривать его за *достаточно малый* промежуток времени Δt, оно очень похоже на прямолинейное равномерное движение! Причём чем меньше промежуток времени, тем больше это сходство.

Скорость тела за достаточно малый промежуток времени и называют его скоростью *в данный момент времени* t, если этот момент времени находится в промежутке Δt. А более точное её название — *мгновенная скорость*.

Насколько малым должен быть промежуток времени Δt, чтобы в течение этого промежутка движение тела можно было считать прямолинейным равномерным, зависит от характера движения тела.

В случае разгона автомобиля это доли секунды. А, например, движение Земли вокруг Солнца можно с хорошей точностью считать прямолинейным и равномерным даже в течение суток, хотя Земля за это время пролетает в космосе больше двух с половиной миллионов километров!

Говоря далее о скорости, мы будем (если это особо не оговорено) подразумевать обычно *мгновенную скорость*.

? **1.** По рисунку 4.2 определите мгновенную скорость автомобиля. Длину автомобиля примите равной 5 м.

Значение мгновенной скорости автомобиля показывает спидометр (рис. 4.3).

Рис. 4.3

Как найти мгновенную скорость по графику зависимости координаты от времени

На рисунке 4.4 изображён график зависимости координаты от времени для автомобиля, который движется по прямолинейному шоссе.

Мы видим, что он движется *неравномерно*, потому что график зависимости его координаты от времени — это кривая, а не отрезок прямой.

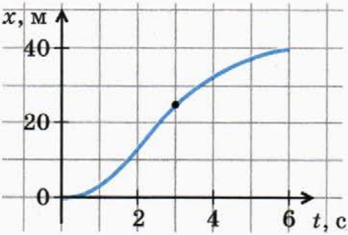


Рис. 4.4

Покажем, как определить по этому графику *мгновенную* скорость автомобиля в какой-либо момент времени — скажем, при $t = 3$ с (точка на графике).

Для этого рассмотрим движение автомобиля за столь *малый промежуток времени*, в течение которого его движение можно считать прямолинейным равномерным.

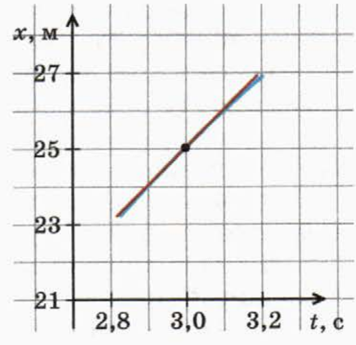


Рис. 4.5

На рисунке 4.5 показан интересующий нас участок графика при десятикратном увеличении (см., например, шкалу времени).

Мы видим, что этот участок графика практически неотличим от отрезка прямой (красный отрезок). За последовательные равные промежутки времени по 0,1 с автомобиль проходит практически одинаковые расстояния — по 1 м.

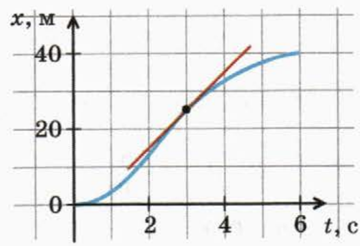


Рис. 4.6

2. Чему равна мгновенная скорость автомобиля в момент $t = 3$ с?

Возвращаясь к прежнему масштабу чертежа, мы увидим, что прямая красного цвета, с которой практически совпадал малый участок графика, — *касательная* к графику зависимости координаты от времени в данный момент времени (рис. 4.6).

Итак, о мгновенной скорости тела можно судить по угловому коэффициенту касательной к графику зависимости координаты от времени[1]: *чем больше угловой коэффициент касательной, тем больше скорость тела.* А в тех точках графика, где угол наклона касательной равен нулю, то есть касательная параллельна оси времени t, мгновенная скорость тела равна нулю.

3. Рассмотрите рисунок 4.6.

а) В каких точках графика угол наклона касательной наибольший? наименьший?

б) Найдите наибольшую и наименьшую мгновенную скорость автомобиля в течение первых 6 с его движения.

[1] Описанный способ определения мгновенной скорости с помощью касательной к графику зависимости координаты от времени связан с понятием производной функции. Это понятие вы будете изучать в курсе «Алгебра и начала анализа».

2. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Во многих задачах используют среднюю скорость, связанную с пройденным *путём*:

$$v_{ср} = \frac{l}{t}. \qquad (1)$$

Определённая таким образом средняя скорость[1] является *скалярной* величиной, так как путь — это скалярная величина.

Например, если автомобиль в течение трёх часов проехал по городу 120 км (при этом он мог разгоняться, тормозить и стоять на перекрёстках), то его средняя скорость равна 40 км/ч.

4. Насколько уменьшится средняя скорость только что упомянутого автомобиля, если из-за остановок в пробках общее время движения увеличится на 1 ч?

Средняя скорость на двух участках движения

Во многих задачах рассматривается движение тела на двух участках, на каждом из которых движение можно считать равномерным. В таком случае, согласно определению средней скорости (1), можно записать:

$$v_{ср} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}, \qquad (2)$$

где l_1 и t_1 — путь и время для первого участка, а l_2 и t_2 — для второго. Рассмотрим примеры.

Саша выехал из посёлка на велосипеде со скоростью 15 км/ч и ехал в течение часа. А потом велосипед сломался, и Саша ещё час шёл пешком со скоростью 5 км/ч.

5. Найдите:

а) путь, пройденный Сашей за всё время движения;
б) общее время движения Саши;
в) среднюю скорость Саши.

В рассмотренном случае средняя скорость оказалась равной среднему арифметическому скоростей, с которыми Саша ехал и шёл. Всегда ли это справедливо? Рассмотрим следующий пример.

Пусть Саша ехал на велосипеде в течение часа со скоростью 15 км/ч, а потом прошёл *такое же расстояние* пешком со скоростью 5 км/ч.

[1] Иногда во избежание недоразумений её называют средней путевой скоростью.

6. Найдите:

а) путь, который Саша прошёл пешком;
б) путь, пройденный Сашей за всё время движения;
в) общее время движения Саши;
б) среднюю скорость Саши.

Рассмотрев этот случай, вы увидите, что на этот раз средняя скорость *не* равна среднему арифметическому скоростей езды и ходьбы. А если присмотреться ещё внимательнее, то можно заметить, что во втором случае средняя скорость меньше, чем в первом. Почему?

7. Сравните промежутки времени, в течение которых Саша ехал и шёл пешком в первом и втором случаях.

Обобщим рассмотренные выше ситуации.

Рассмотрим сначала случай, когда тело двигалось с разными скоростями в течение равных *промежутков времени*.

Пусть первую половину всего *времени* движения тело двигалось со скоростью v_1, а вторую половину — со скоростью v_2. Можно ли найти среднюю скорость движения на всём участке, если не известны ни общее время движения, ни путь, пройденный телом за всё время движения?

Можно: для этого введём обозначения для всех нужных нам величин независимо от того, известны они или неизвестны. Это распространённый приём при решении многих задач.

Обозначим всё время движения t, весь путь l, а пути, пройденные за первую и вторую половину времени движения, обозначим соответственно l_1 и l_2.

8. Выразите через v_1, v_2 и t:

а) l_1 и l_2; б) l; в) среднюю скорость.

Найдя ответы на эти вопросы, вы узнаете, справедливо ли в общем случае утверждение: если тело двигалось на двух участках с разными скоростями в течение *равных промежутков времени*, то его средняя скорость на всём пути равна среднему арифметическому скоростей движения на двух участках.

Рассмотрим теперь случай, когда тело двигалось с разными скоростями первую и вторую *половину пути*.

Пусть теперь первую половину *всего пути* тело двигалось со скоростью v_1, а вторую половину — со скоростью v_2.

Обозначим снова всё время движения t, весь путь l, а промежутки времени, в течение которых тело двигалось на первом и втором участке, обозначим соответственно t_1 и t_2.

9. Выразите через v_1, v_2 и l:

а) t_1 и t_2; б) t; в) среднюю скорость.

Ответив на эти вопросы, вы узнаете, справедливо ли в общем случае утверждение: если тело двигалось на двух участках *равной длины* с разными скоростями, то его средняя скорость на всём пути не равна среднему арифметическому этих скоростей.

10. Докажите, что средняя скорость тела, которое двигалось на двух участках *равной длины* с разными скоростями, меньше, чем если бы оно двигалось на двух участках с теми же скоростями в течение равных *промежутков времени*.

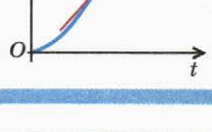
Подсказка. Выразите для каждого из двух случаев среднюю скорость через скорости на первом и втором участках и сравните полученные выражения.

11. На первом участке пути тело двигалось со скоростью v_1, а на втором — со скоростью v_2. Чему равно отношение длин этих участков, если средняя скорость движения оказалась равной среднему арифметическому v_1 и v_2?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Мгновенная скорость

Любое движение на достаточно малом промежутке времени можно приближённо считать прямолинейным равномерным



Средняя скорость

$$v_{ср} = \frac{l}{t}$$

При движении на двух участках

$$v_{ср} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2}$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

12. Одну треть всего времени движения поезд ехал со скоростью v_1, а оставшееся время — со скоростью v_2.

а) Выразите пройденный поездом путь через v_1, v_2 и всё время движения t.

б) Выразите среднюю скорость поезда через v_1 и v_2.

в) Найдите числовое значение средней скорости при $v_1 = 60$ км/ч, $v_2 = 90$ км/ч.

13. Автомобиль ехал три четверти всего пути со скоростью v_1, а оставшийся участок пути — со скоростью v_2.

а) Выразите всё время движения автомобиля через v_1, v_2 и весь пройденный путь l.

б) Выразите среднюю скорость движения автомобиля через v_1 и v_2.

в) Найдите числовое значение средней скорости при $v_1 = 80$ км/ч, $v_2 = 100$ км/ч.

14. Автомобиль ехал 2 ч со скоростью 60 км/ч. Сколько времени после этого он должен ехать со скоростью 80 км/ч, чтобы его средняя скорость на всём пути стала равной 66,7 км/ч?

15. Перенесите в тетрадь (по клеточкам) график зависимости координаты автомобиля от времени, изображённый на рисунке 4.4. Считайте, что автомобиль едет вдоль оси x.

а) Определите графически среднюю скорость за 6 с.

б) Используя касательную, определите, в какие примерно моменты времени мгновенная скорость автомобиля была равна его средней скорости за 6 с.

16. Тело движется вдоль оси x. Зависимость координаты тела от времени выражается формулой $x = 0{,}2 \cdot t^2$.

а) Выберите удобный масштаб и изобразите график зависимости $x(t)$ в течение первых 6 с.

б) С помощью этого графика найдите момент времени, в который мгновенная скорость тела была равна средней скорости за всё время движения.

§ 5. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО РАВНОУСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Поставим опыт

Изучим, как скатывается шарик с наклонной плоскости. На рисунке 5.1 показаны последовательные положения шарика через равные промежутки времени.

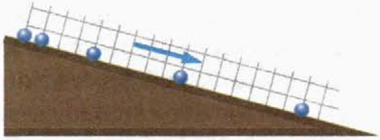


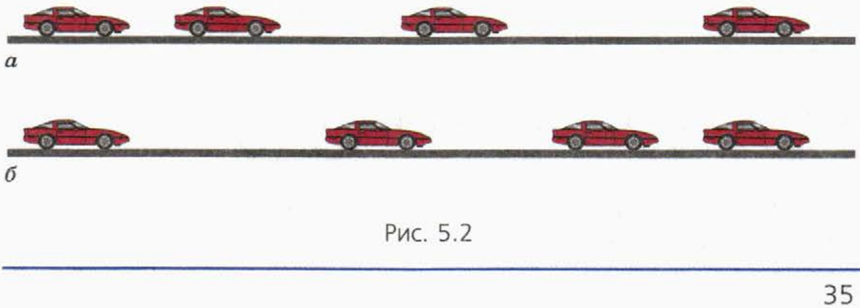
Рис. 5.1

Видно, что шарик движется *неравномерно*: пути, проходимые им за последовательные равные промежутки времени, увеличиваются. Следовательно, скорость шарика увеличивается.

Движение шарика, скатывающегося с наклонной плоскости, является примером *прямолинейного равноускоренного движения.* Такое движение вы уже изучали в курсе физики основной школы. Напомним его определение.

Прямолинейным равноускоренным движением **называют прямолинейное движение, при котором скорость тела за любые равные промежутки времени *изменяется* на одну и ту же величину.**

Прямолинейно равноускоренно может двигаться, например, автомобиль во время разгона (рис. 5.2, *а*). Однако непривычным может показаться то, что при *торможении* (рис. 5.2, *б*) автомобиль тоже может двигаться *прямолинейно равноускоренно*! Ведь в определении прямолинейного равноускоренного движения речь идёт не об *увеличении* скорости, а только об её *изменении*.



а

б

Рис. 5.2

Дело в том, что понятие *ускорения* в физике шире, чем в разговорном языке. В обыденной речи под *ускорением* понимают обычно только увеличение скорости. Мы же будем говорить, что тело движется *с ускорением* всегда, когда скорость тела *изменяется* со временем *любым* образом (увеличивается или уменьшается по модулю, изменяется по направлению и т. п.).

Может возникнуть вопрос: почему мы уделяем внимание именно прямолинейному равноускоренному движению? Забегая немного вперёд, выдадим «секрет»: именно с таким движением мы будем очень часто иметь дело при изучении механики.

Напомним (об этом уже говорилось в курсе физики основной школы), что под действием *постоянной силы* тело движется прямолинейно равноускоренно[1]. А во многих задачах по механике рассматривается именно такая ситуация. Ниже мы рассмотрим подробно её различные варианты.

2. УСКОРЕНИЕ

В определении прямолинейного равноускоренного движения речь идёт об *изменении скорости*. Как определяют изменение скорости?

Обозначим $\vec{v}_0$ скорость тела в начальный момент времени, а $\vec{v}$ — скорость тела через промежуток времени t. Тогда *изменение* скорости за этот промежуток времени

$$\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0. \quad (1)$$

Эту формулу можно переписать также в виде

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}. \quad (2)$$

На рисунке 5.3 показано, как найти вектор изменения скорости $\Delta\vec{v}$ в случае прямолинейного неравномерного движения.

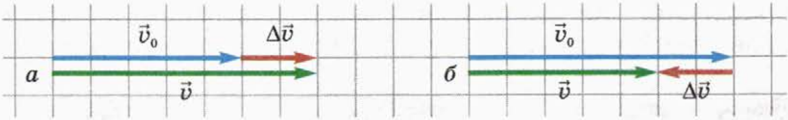


Рис. 5.3

1. Какому из рисунков 5.3 (*а* или *б*) соответствует увеличение скорости, а какому — уменьшение?

[1] Если начальная скорость тела равна нулю или направлена вдоль линии действия силы.

Введём теперь понятие ускорения.

Ускорением $\vec{a}$ **называют отношение *изменения* скорости** $\Delta\vec{v}$ **к промежутку времени** Δt **, за который произошло это изменение**[1]**:**

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (3)$$

Как следует из этого определения, ускорение — *векторная* величина. Она характеризует *скорость изменения скорости*.

Единицей ускорения в СИ является 1 м/с^2 (читают: «метр в секунду за секунду» или «метр делить на секунду в квадрате»). Если тело движется с таким по модулю ускорением в одном направлении, то его скорость каждую секунду увеличивается (или уменьшается!) на 1 м/с.

Когда тело падает, оно движется с ускорением, равным примерно 10 м/с^2 (если можно пренебречь сопротивлением воздуха).

Рассмотрим теперь, при каком условии скорость тела увеличивается, а при каком — уменьшается. Из определения (3) следует, что

$$\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t. \qquad (4)$$

На рисунке 5.4 мы заменили (по сравнению с рисунком 5.3) $\Delta\vec{v}$ на равное ему выражение $\vec{a}\Delta t$.

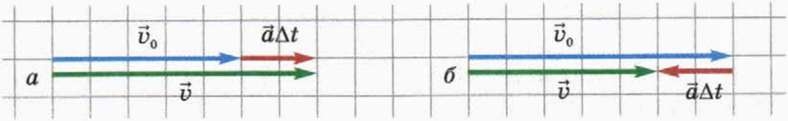


Рис. 5.4

Мы видим теперь, что скорость тела увеличивается, если ускорение направлено так же, как начальная скорость (рис. 5.4, *а*). Если же ускорение направлено противоположно скорости (рис. 5.4, *б*), то скорость тела уменьшается.

2. На каком из рисунков 5.2 (*а* или *б*) ускорение автомобиля направлено *влево*?

[1] Здесь в общем случае надо говорить о *мгновенном* ускорении, которое определяется с помощью достаточно малых промежутков времени — подобно тому, как мы определяли выше мгновенную скорость. При прямолинейном равноускоренном движении мгновенное ускорение *постоянно*.

Выберем начальный момент времени $t_0 = 0$, тогда $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$. Поскольку $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$, из формулы (4) получаем

$$\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 + \vec{a}(t - 0) \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \qquad (5)$$

Направим ось x вдоль траектории движения тела. Тогда

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \qquad (6)$$

Здесь v_x — проекция скорости в момент времени t, v_{0x} — проекция начальной скорости, a_x — проекция ускорения.

В формуле (6) проекция начальной скорости v_{0x} и проекция ускорения a_x могут быть *положительными* и *отрицательными*. В зависимости от соотношения знаков v_{0x} и a_x модуль скорости тела будет увеличиваться или уменьшаться со временем.

Рассмотрим примеры.

? 3. Четыре автомобиля движутся вдоль оси x. В течение некоторого времени зависимость $v_x(t)$ выражается для них (в единицах СИ) формулами:

1) $v_x = 8 + 2t$; 3) $v_x = -10 + t$;
2) $v_x = 20 - 4t$; 4) $v_x = -15 - 3t$.

а) Чему равны проекции начальной скорости и ускорения каждого автомобиля?

б) Какие автомобили разгоняются, а какие — тормозят?

в) Скорость какого автомобиля наибольшая по модулю в момент времени $t = 2$ с? наименьшая?

Выполнив это задание, вы заметите, что скорость тела *увеличивается* по модулю, если проекция начальной скорости и проекция ускорения имеют *одинаковые* знаки (*обе* положительные или *обе* отрицательные).

Если же проекции начальной скорости и ускорения имеют *разные* знаки, то скорость тела сначала *уменьшается* по модулю. В некоторый момент скорость тела станет равной нулю, после чего (если ускорение останется прежним) направление скорости изменится на противоположное и модуль скорости тела начнёт увеличиваться. Далее мы рассмотрим это на примере тела, брошенного вертикально вверх.

3. ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

Из формулы (6) следует, что при прямолинейном равноускоренном движении проекция скорости v_x *линейно* зависит от времени t. Поэтому график зависимости $v_x(t)$ — *отрезок прямой*.

4. На рисунке 5.5 изображены графики зависимости проекции скорости от времени для синего и красного автомобилей, движущихся вдоль оси x.

а) Какой из автомобилей тормозит? Чему равен модуль его ускорения?

б) У какого автомобиля модуль ускорения меньше? Чему он равен?

в) Запишите зависимость $v_x(t)$ для каждого автомобиля.

г) Используя эту запись, найдите момент времени, когда скорости автомобилей станут равными. Проверьте полученный ответ по приведённым графикам.

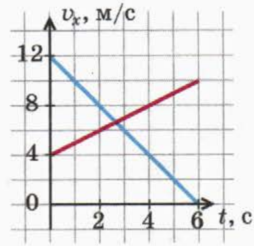


Рис. 5.5

5. На рисунке 5.6 изображены графики зависимости проекции скорости от времени для тел, движущихся вдоль оси x.

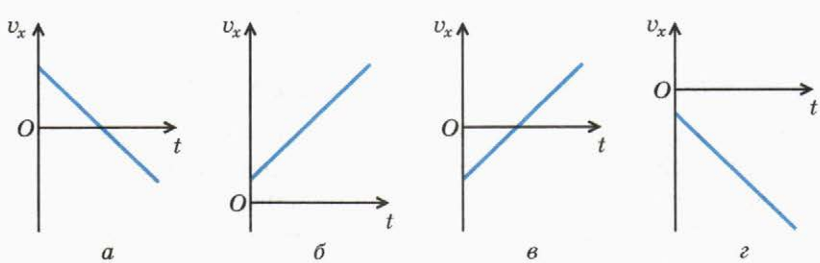


Рис. 5.6

а) Какие графики описывают движение тела, скорость которого всё время увеличивается по модулю?

б) На каких графиках v_{0x} и a_x имеют разные знаки?

в) Какие графики описывают случаи, когда направление скорости тела изменяется на противоположное?

г) Начертите для всех изображённых случаев графики зависимости *модуля* скорости от времени.

6. Зависимость проекции скорости от времени для первого тела выражается в единицах СИ формулой $v_{1x} = 6 - 3t$, а для второго — формулой $v_{2x} = 2 + t$.

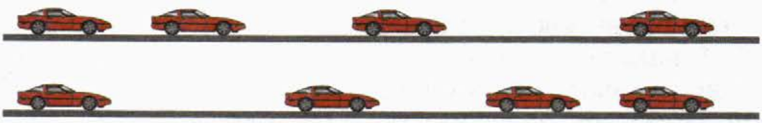
а) Изобразите графики $v_x(t)$ для каждого тела.

б) В какой момент скорости тел равны (по модулю и по направлению)?

в) В какие моменты скорости тел равны по модулю?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

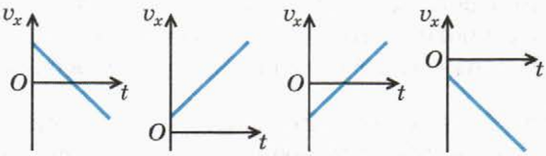
Прямолинейное равноускоренное движение



$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

7. От платформы отправляется поезд на восток. В это же время у соседней платформы тормозит поезд, идущий на запад. Сделайте схематический рисунок, на котором покажите направления скорости и ускорения каждого поезда.

8. Как направлено ускорение лифта, когда он:
а) начинает двигаться с первого этажа?
б) тормозит на верхнем этаже?
в) тормозит на третьем этаже, двигаясь вниз?
г) начинает движение на третьем этаже, двигаясь вверх?
Движение лифта при разгоне и торможении считайте равноускоренным.

9. Автомобиль трогается с места в направлении на север и набирает скорость 72 км/ч за 40 с. Движение автомобиля считайте прямолинейным равноускоренным.
а) Как направлено ускорение автомобиля?
б) Чему равно ускорение автомобиля по модулю?
в) Начертите график зависимости проекции скорости автомобиля от времени.
г) Какой была скорость автомобиля через 10 с после начала движения?

§ 6. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

1. НАХОЖДЕНИЕ ПУТИ ПО ГРАФИКУ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

Покажем, как можно найти пройденный телом путь с помощью графика зависимости скорости от времени.

Начнём с самого простого случая — *равномерного* движения. На рисунке 6.1 изображён график зависимости $v(t)$ — скорости от времени. Он представляет собой отрезок прямой, параллельной оси времени, так как при равномерном движении скорость постоянна.

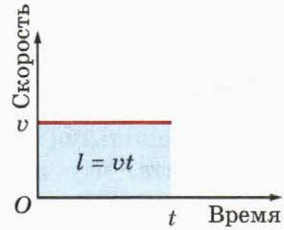


Рис. 6.1

Фигура, заключённая под этим графиком, — прямоугольник (он закрашен на рисунке). Его *площадь* численно равна произведению скорости v на время движения t. С другой стороны, произведение vt равно *пути* l, пройденному телом. Итак, при равномерном движении

путь численно равен площади фигуры, заключённой под графиком зависимости скорости от времени.

Покажем теперь, что этим замечательным свойством обладает и *неравномерное* движение.

Пусть, например, график зависимости скорости от времени имеет вид кривой, изображённой на рисунке 6.2.

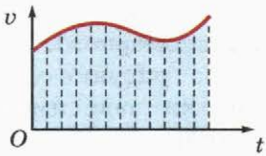


Рис. 6.2

Разобьём мысленно всё время движения на столь малые промежутки, чтобы в течение каждого из них движение тела можно было считать практически равномерным (это разбиение показано штриховыми линиями на рисунке 6.2).

Тогда путь, пройденный за каждый такой промежуток, численно равен площади фигуры под соответствующим участком графика. Поэтому и весь путь равен площади фигуры, заключённой под всем графиком[1].

[1] Использованный нами приём лежит в основе интегрального исчисления, основы которого вы будете изучать в курсе «Начала математического анализа».

2. ПУТЬ И ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Применим теперь описанный выше способ нахождения пути к прямолинейному равноускоренному движению.

Начальная скорость тела равна нулю

Направим ось x в сторону ускорения тела. Тогда $a_x = a$, $v_x = v$. Следовательно,

$$v = at. \qquad (1)$$

На рисунке 6.3 изображён график зависимости $v(t)$.

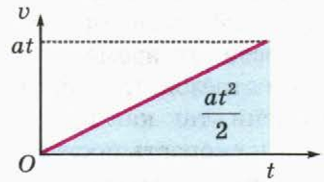


Рис. 6.3

1. Используя рисунок 6.3, докажите, что при прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости путь l выражается через модуль ускорения a и время движения t формулой

$$l = \frac{at^2}{2}. \qquad (2)$$

Главный вывод:

при прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости пройденный телом путь пропорционален *квадрату* времени движения.

Этим равноускоренное движение существенно отличается от равномерного.

На рисунке 6.4 приведены графики зависимости пути от времени для двух тел, одно из которых движется равномерно, а другое — равноускоренно без начальной скорости.

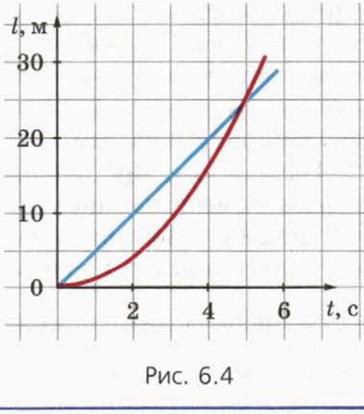


Рис. 6.4

2. Рассмотрите рисунок 6.4 и ответьте на вопросы.

а) Каким цветом изображён график для тела, движущегося равноускоренно?

б) Чему равно ускорение этого тела?

в) Чему равны скорости тел в тот момент, когда они прошли одинаковый путь?

г) В какой момент времени скорости тел равны?

3. Тронувшись с места, автомобиль за первые 4 с проехал расстояние 20 м. Движение автомобиля считайте прямолинейным равноускоренным. *Не вычисляя ускорения автомобиля*, определите, какое расстояние проедет автомобиль:

а) за 8 с? б) за 16 с? в) за 2 с?

Найдём теперь зависимость проекции перемещения s_x от времени. В данном случае проекция ускорения на ось x положительна, поэтому $s_x = l$, $a_x = a$. Таким образом, из формулы (2) следует:

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (3)$$

Формулы (2) и (3) очень похожи, что приводит порой к ошибкам при решении простых задач. Дело в том, что значение проекции перемещения может быть *отрицательным*. Так будет, если ось x направлена противоположно перемещению: тогда $s_x < 0$. А путь отрицательным быть не может!

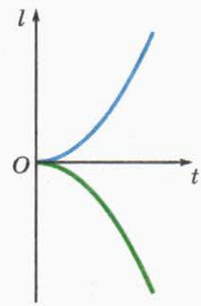


Рис. 6.5

4. На рисунке 6.5 изображены графики зависимости от времени пути и проекции перемещения для некоторого тела. Какой цвет у графика проекции перемещения?

Начальная скорость тела не равна нулю

Напомним, что в таком случае зависимость проекции скорости от времени выражается формулой

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \qquad (4)$$

где v_{0x} — проекция начальной скорости на ось x.

Мы рассмотрим далее случай, когда $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$. В этом случае снова можно воспользоваться тем, что путь численно равен площади фигуры под графиком зависимости скорости от времени[1].

[1] Другие комбинации знаков проекции начальной скорости и ускорения рассмотрите самостоятельно: в результате получится та же общая формула (5) на с. 44.

На рисунке 6.6 изображён график зависимости $v_x(t)$ при $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$.

5. Используя рисунок 6.6, докажите, что при прямолинейном равноускоренном движении с начальной скоростью проекция перемещения

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (5)$$

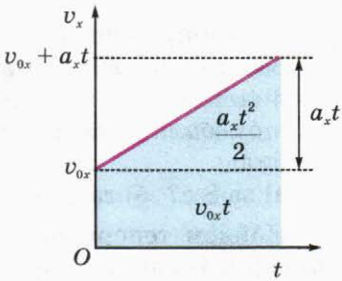


Рис. 6.6

Эта формула позволяет найти зависимость координаты x тела от времени. Напомним (см. формулу (6), § 2), что координата x тела связана с проекцией его перемещения s_x соотношением

$$s_x = x - x_0,$$

где x_0 — начальная координата тела. Следовательно,

$$x = x_0 + s_x. \qquad (6)$$

Из формул (5), (6) получаем:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (7)$$

6. Зависимость координаты от времени для некоторого тела, движущегося вдоль оси x, выражается в единицах СИ формулой $x = 6 - 5t + t^2$.

а) Чему равна начальная координата тела?

б) Чему равна проекция начальной скорости на ось x?

в) Чему равна проекция ускорения на ось x?

г) Начертите график зависимости координаты x от времени.

д) Начертите график зависимости проекции скорости от времени.

е) В какой момент скорость тела равна нулю?

ж) Вернётся ли тело в начальную точку? Если да, то в какой момент (моменты) времени?

з) Пройдёт ли тело через начало координат? Если да, то в какой момент (моменты) времени?

и) Начертите график зависимости проекции перемещения от времени.

к) Начертите график зависимости пути от времени.

3. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ПУТЁМ И СКОРОСТЬЮ

При решении задач часто используют соотношения между путём, ускорением и скоростью (начальной v_0, конечной v или ими обеими). Выведем эти соотношения. Начнём с движения без начальной скорости. Из формулы (1) получаем для времени движения:

$$t = \frac{v}{a}. \tag{8}$$

Подставим это выражение в формулу (2) для пути:

$$l = \frac{at^2}{2} = \frac{a}{2}\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2a}. \tag{9}$$

Главный вывод:

при прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости пройденный телом путь пропорционален *квадрату* конечной скорости.

7. Тронувшись с места, автомобиль набрал скорость 10 м/с на пути 40 м. Движение автомобиля считайте прямолинейным равноускоренным. *Не вычисляя ускорения автомобиля*, определите, какой путь от начала движения проехал автомобиль, когда его скорость была равна:

а) 20 м/с? б) 40 м/с? в) 5 м/с?

Соотношение (9) можно получить также, вспомнив, что путь численно равен площади фигуры, заключённой под графиком зависимости скорости от времени (рис. 6.7).

Это соображение поможет вам легко справиться со следующим заданием.

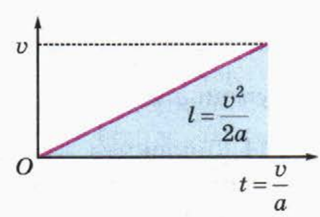


Рис. 6.7

8. Используя рисунок 6.8, докажите, что при торможении с постоянным ускорением тело проходит до полной остановки путь $l_т = \frac{v_0^2}{2a}$, где v_0 — начальная скорость тела, a — модуль ускорения.

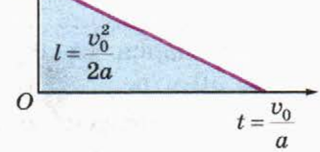


Рис. 6.8

В случае торможения транспортного средства (автомобиль, поезд) путь, пройденный до полной остановки, называют *тормозным путём*. Обратите внимание: тормозной путь при начальной скорости v_0 и путь, пройденный при разгоне с места до скорости v_0 с тем же по модулю ускорением a, одинаковы.

9. При экстренном торможении на сухом асфальте ускорение автомобиля равно по модулю 5 м/с². Чему равен тормозной путь автомобиля при начальной скорости: а) 60 км/ч (максимальная разрешённая скорость в городе); б) 120 км/ч? Найдите тормозной путь при указанных скоростях во время гололёда, когда модуль ускорения равен 2 м/с². Сравните найденные вами значения тормозного пути с длиной классной комнаты.

10. Используя рисунок 6.9 и формулу, выражающую площадь трапеции через её высоту и полусумму оснований, докажите, что при прямолинейном равноускоренном движении:

а) $l = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$, если скорость тела увеличивается;

б) $l = \dfrac{v_0^2 - v^2}{2a}$, если скорость тела уменьшается.

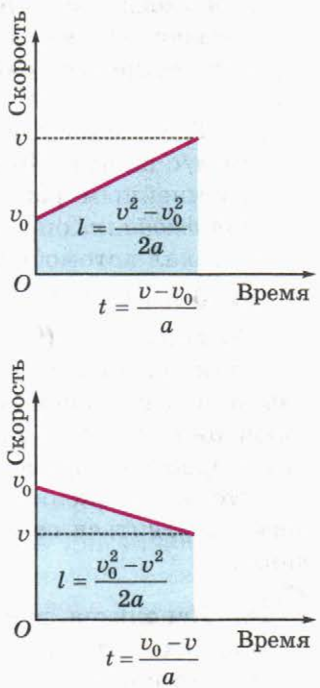


Рис. 6.9

11. Докажите, что проекции перемещения, начальной и конечной скорости, а также ускорения связаны соотношением

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \qquad (10)$$

12. Автомобиль на пути 200 м разогнался от скорости 10 м/с до 30 м/с.

а) С каким ускорением двигался автомобиль?

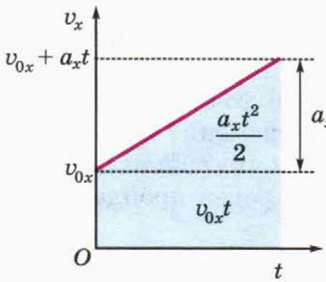
б) За какое время автомобиль проехал указанный путь?

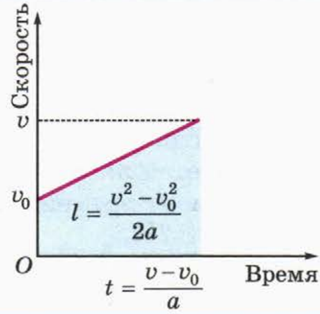
в) Чему равна средняя скорость автомобиля?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$





ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

13. От движущегося поезда отцепляют последний вагон, после чего поезд движется равномерно, а вагон — с постоянным ускорением до полной остановки.

а) Изобразите на одном чертеже графики зависимости скорости от времени для поезда и вагона.

б) Во сколько раз путь, пройденный вагоном до остановки, меньше пути, пройденного поездом за то же время?

14. Отойдя от станции, электричка какое-то время ехала равноускоренно, затем в течение 1 мин — равномерно со скоростью 60 км/ч, после чего снова равноускоренно до остановки на следующей станции. Модули ускорений при разгоне и торможении были различны. Расстояние между станциями электричка прошла за 2 мин.

а) Начертите схематически график зависимости проекции скорости электрички от времени.

б) Используя этот график, найдите расстояние между станциями.

в) Какое расстояние проехала бы электричка, если бы на первом участке пути она разгонялась, а на втором — тормозила? Какова была бы при этом её максимальная скорость?

15. Тело движется равноускоренно вдоль оси x. В начальный момент оно находилось в начале координат, а проекция его скорости была равна 8 м/с. Через 2 с координата тела стала равной 12 м.

а) Чему равна проекция ускорения тела?

б) Постройте график зависимости $v_x(t)$.

в) Напишите формулу, выражающую в единицах СИ зависимость $x(t)$.

г) Будет ли скорость тела равна нулю? Если да, то в какой момент времени?

д) Побывает ли тело второй раз в точке с координатой 12 м? Если да, то в какой момент времени?

е) Вернётся ли тело в начальную точку? Если да, то в какой момент времени, и чему будет равен пройденный при этом путь?

16. После толчка шарик вкатывается вверх по наклонной плоскости, после чего возвращается в начальную точку. На расстоянии b от начальной точки шарик побывал дважды через промежутки времени t_1 и t_2 после толчка. Вверх и вниз вдоль наклонной плоскости шарик двигался с одинаковым по модулю ускорением.

а) Направьте ось x вверх вдоль наклонной плоскости, выберите начало координат в точке начального положения шарика и напишите формулу, выражающую зависимость $x(t)$, в которую входят модуль начальной скорости шарика v_0 и модуль ускорения шарика a.

б) Используя эту формулу и тот факт, что на расстоянии b от начальной точки шарик побывал в моменты времени t_1 и t_2, составьте систему двух уравнений с двумя неизвестными v_0 и a.

в) Решив эту систему уравнений, выразите v_0 и a через b, t_1 и t_2.

г) Выразите весь пройденный шариком путь l через b, t_1 и t_2.

д) Найдите числовые значения v_0, a и l при $b = 30$ см, $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с.

е) Постройте графики зависимости $v_x(t)$, $s_x(t)$, $l(t)$.

ж) С помощью графика зависимости $s_x(t)$ определите момент, когда модуль перемещения шарика был максимальным.

§ 7. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ И ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ

1. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛА

Закономерности падения тел открыл Галилео Галилей.

Знаменитый опыт с бросанием шаров с наклонной Пизанской башни (рис. 7.1, *а*) подтвердил его предположение, что *если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то все тела падают одинаково*. Когда с этой башни бросили одновременно пулю и пушечное ядро, они упали практически одновременно (рис. 7.1, *б*).

Падение тел в условиях, когда сопротивлением воздуха можно пренебречь, называют *свободным падением*.

а *б*

Рис. 7.1

Поставим опыт

Свободное падение тел можно наблюдать с помощью так называемой трубки Ньютона.

Положим в стеклянную трубку металлический шарик и пёрышко. Перевернув трубку, мы увидим, что пёрышко падает медленнее, чем шарик (рис. 7.2, *а*).

Но если откачать из трубки воздух, то шарик и пёрышко будут падать с одинаковой скоростью (рис. 7.2, *б*).

Значит, различие в их падении в трубке с воздухом обусловлено только тем, что сопротивление воздуха для пёрышка играет бóльшую роль.

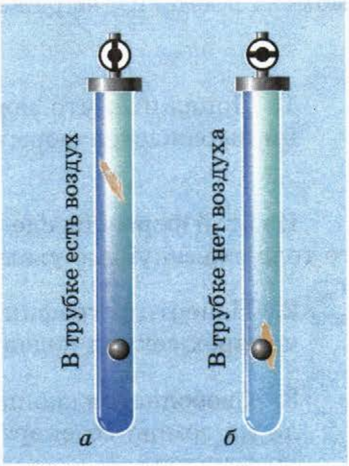


Рис. 7.2

Галилей установил, что при свободном падении тело движется *с постоянным ускорением*. Его называют *ускорением свободного падения* и обозначают $\vec{g}$. Оно направлено вниз и, как показывают измерения[1], равно по модулю примерно 9,8 м/с^2.

Из курса физики основной школы вы уже знаете, что ускорение тел при падении обусловлено действием *силы тяжести*.

При решении задач школьного курса физики (в том числе заданий ЕГЭ) для упрощения принимают $g = 10$ м/с^2. Далее мы тоже будем поступать так же, не оговаривая этого особо.

Рассмотрим сначала *свободное падение тела без начальной скорости*.

В этом и следующих параграфах мы будем рассматривать также движение тела, брошенного вертикально вверх и под углом к горизонту. Поэтому введём сразу систему координат, подходящую для *всех* этих случаев.

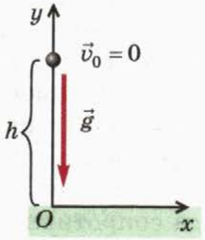


Рис. 7.3

Направим ось x по горизонтали вправо (в этом параграфе она нам пока не понадобится), а ось y — вертикально вверх (рис. 7.3). Начало координат выберем на поверхности земли. Обозначим h начальную высоту тела.

Свободно падающее тело движется с ускорением $\vec{g}$, и поэтому при равной нулю начальной скорости скорость тела в момент времени t выражается формулой

$$\vec{v} = \vec{g}t. \qquad (1)$$

1. Докажите, что зависимость модуля скорости от времени выражается формулой

$$v = gt. \qquad (2)$$

Из этой формулы следует, что скорость свободно падающего тела ежесекундно увеличивается примерно на 10 м/с.

2. Начертите графики зависимости $v_y(t)$ и $v(t)$ для первых четырёх секунд падения тела.

3. Свободно падающее без начальной скорости тело упало на землю со скоростью 40 м/с. Сколько времени длилось падение?

[1] В разных точках земной поверхности значения g немного различаются (в пределах 0,5 %).

Из формул для равноускоренного движения без начальной скорости следует, что

$$s_y = \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (3)$$

Отсюда для модуля перемещения получаем:

$$s = \frac{gt^2}{2}. \qquad (4)$$

4. Как связан пройденный телом путь с модулем перемещения, если тело свободно падает без начальной скорости?

5. Найдите, чему равен путь, пройденный свободно падающим без начальной скорости телом за 1 с, 2 с, 3 с, 4 с. Запомните эти значения пути: они помогут вам устно решать многие задачи.

6. Используя результаты предыдущего задания, найдите пути, проходимые свободно падающим телом за первую, вторую, третью и четвёртую секунды падения. Разделите значения найденных путей на пять. Заметите ли вы простую закономерность?

7. Докажите, что зависимость координаты y тела от времени выражается формулой

$$y = h - \frac{gt^2}{2}. \qquad (5)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (7) из *§ 6. Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении* и тем, что начальная координата тела равна h, а начальная скорость тела равна нулю.

На рисунке 7.4 изображён пример графика зависимости $y(t)$ для свободно падающего тела до момента его падения на землю.

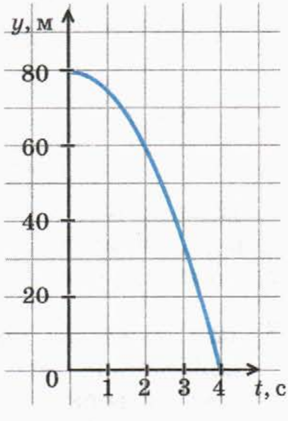


Рис. 7.4

8. С помощью рисунка 7.4 проверьте полученные вами ответы на задания 5 и 6.

9. Докажите, что время падения тела выражается формулой

$$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (6)$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в момент падения на землю координата y тела равна нулю.

10. Докажите, что модуль конечной скорости тела $v_к$ (непосредственно перед падением на землю)

$$v_к = \sqrt{2gh}. \qquad (7)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (2) и (6).

11. Чему была бы равна скорость капель, падающих с высоты 2 км, если бы сопротивлением воздуха для них можно было бы пренебречь, то есть они падали бы свободно?

Ответ на этот вопрос удивит вас. Дождь из таких «капелек» был бы губительным, а не живительным. К счастью, атмосфера спасает нас всех: вследствие сопротивления воздуха скорость дождевых капель у поверхности земли не превышает 7—8 м/с.

2. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ

Пусть тело брошено с поверхности земли вертикально вверх с начальной скоростью $\vec{v}_0$ (рис. 7.5).

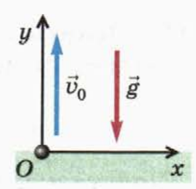


Рис. 7.5

Скорость $\vec{v}$ тела в момент времени t в векторном виде выражается формулой

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t. \qquad (8)$$

В проекциях на ось y:

$$v_y = v_0 - gt. \qquad (9)$$

На рисунке 7.6 изображён пример графика зависимости $v_y(t)$ до момента падения тела на землю.

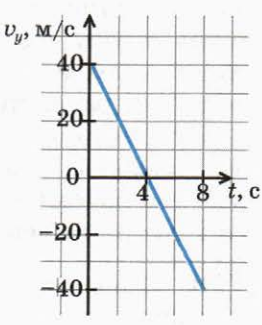


Рис. 7.6

12. Определите по графику 7.6, в какой момент времени тело находилось в верхней точке траектории. Какую ещё информацию можно извлечь из этого графика?

13. Докажите, что время подъёма тела до верхней точки траектории можно выразить формулой

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g}. \qquad (10)$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в верхней точке траектории скорость тела равна нулю.

14. Докажите, что зависимость координаты y тела от времени выражается формулой

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \qquad (11)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (7) из *§ 6. Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении.*

15. На рисунке 7.7 изображён график зависимости $y(t)$. Найдите два разных момента времени, когда тело находилось на *одной и той же высоте*, и момент времени, когда тело находилось в верхней точке траектории. Заметили ли вы какую-то закономерность?

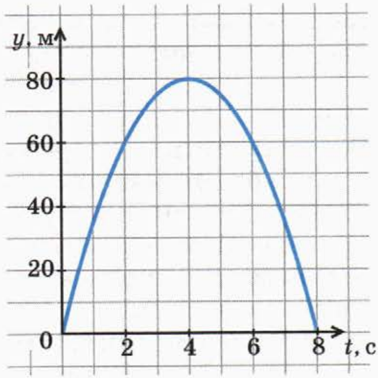


Рис. 7.7

16. Докажите, что максимальная высота подъёма h выражается формулой

$$h = \frac{v_0^2}{2g}. \qquad (12)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (10) и (11) или формулой (9) из *§ 6. Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении.*

17. Докажите, что *конечная скорость тела, брошенного вертикально вверх* (то есть скорость тела непосредственно перед падением на землю), *равна по модулю его начальной скорости*:

$$v_{\text{к}} = v_0. \qquad (13)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (7) и (12).

18. Докажите, что время всего полёта

$$t_{\text{пол}} = \frac{2v_0}{g}. \qquad (14)$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в момент падения на землю координата y тела становится равной нулю.

19. Докажите, что

$$t_{\text{пол}} = 2t_{\text{под}}. \qquad (15)$$

Подсказка. Сравните формулы **(10)** и **(14)**.

Следовательно, *подъём тела до верхней точки траектории занимает такое же время, какое занимает последующее падение.*

Итак, если можно пренебречь сопротивлением воздуха, то полёт тела, брошенного вертикально вверх, естественно разбивается на два этапа, занимающие *одинаковое* время, — движение вверх и последующее падение вниз в начальную точку.

Каждый из этих этапов представляет собой как бы «обращённый во времени» другой этап. Поэтому если мы снимем на видеокамеру *подъём* брошенного вверх тела до верхней точки, а потом будем показывать кадры этой видеосъёмки в обратном порядке, то зрители будут уверены, что они наблюдают *падение* тела. И наоборот: показанное в обратном порядке падение тела будет выглядеть в точности как подъём тела, брошенного вертикально вверх.

Этот приём используют в кино: снимают, например, артиста, который спрыгивает с высоты 2—3 м, а потом показывают эту съёмку в обратном порядке. И мы восхищаемся героем, легко взлетающим на высоту, недостижимую для рекордсменов.

Используя описанную симметрию между подъёмом и спуском тела, брошенного вертикально вверх, вы сможете выполнить следующие задания устно. Полезно также вспомнить, чему равны пути, проходимые свободно падающим телом (задание **4**).

20. Чему равен путь, который проходит брошенное вертикально вверх тело за последнюю секунду подъёма?

21. Брошенное вертикально вверх тело побывало на высоте 40 м дважды с интервалом 2 с.

а) Чему равна максимальная высота подъёма тела?
б) Чему равна начальная скорость тела?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Свободное падение

$$g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2};\quad v = gt;$$

$$s = \frac{gt^2}{2};\quad y = h - \frac{gt^2}{2}$$

Время	Путь
1 с	5 м
2 с	20 м
3 с	45 м
4 с	80 м

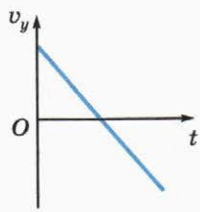
Движение тела, брошенного вертикально вверх

$$\vec{v} = v_0 + \vec{g}t$$

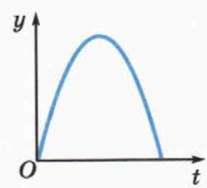
$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_к = v_0$$

$$t_{пол} = 2t_{под}$$



$$v_y = v_0 - gt$$



$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ[1]

22. Тело падает без начальной скорости с высоты 45 м.
а) Сколько времени длится падение?
б) Какое расстояние пролетает тело за вторую секунду?
в) Какое расстояние пролетает тело за последнюю секунду движения?
г) Чему равна конечная скорость тела?

23. Тело падает без начальной скорости с некоторой высоты в течение 2,5 с.
а) Чему равна конечная скорость тела?
б) С какой высоты падало тело?
в) Какое расстояние пролетело тело за последнюю секунду движения?

[1] Во всех заданиях этого параграфа предполагается, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

24. С крыши высокого дома с интервалом 1 с упали две капли.

а) Чему равна скорость первой капли в момент, когда оторвалась вторая капля?

б) Чему равно в этот момент расстояние между каплями?

в) Чему равно расстояние между каплями через 2 с после начала падения второй капли?

25. За последние τ секунд падения без начальной скорости тело пролетело расстояние l. Обозначим начальную высоту тела h, время падения t.

а) Выразите h через g и t.

б) Выразите $h - l$ через g и $t - \tau$.

в) Из полученной системы уравнений выразите h через l, g и τ.

г) Найдите значение h при $l = 30$ м, $\tau = 1$ с.

26. Синий шарик бросили вертикально вверх с начальной скоростью v_0. В момент, когда он достиг высшей точки, из той же начальной точки с той же начальной скоростью бросили красный шарик.

а) Сколько времени продолжался подъём синего шарика?

б) Чему равна максимальная высота подъёма синего шарика?

в) Через какое время после бросания красного шарика он столкнулся с движущимся синим?

г) На какой высоте шарики столкнулись?

27. С потолка лифта, поднимающегося равномерно со скоростью $v_л$, оторвался болт. Высота кабины лифта h.

а) В какой системе отсчёта удобнее рассматривать движение болта?

б) Сколько времени будет падать болт?

в) Чему равна скорость болта непосредственно перед касанием пола: относительно лифта? относительно земли?

§ 8. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО ОКРУЖНОСТИ

Движение по окружности часто встречается в природе и технике: по траекториям, близким к окружностям, движутся планеты вокруг Солнца, Луна и искусственные спутники Земли, точки колёс и вращающихся деталей механизмов.

Мы ограничимся в нашем курсе *равномерным* движением по окружности. Напомним, что равномерным называют движение, при котором тело за любые равные промежутки времени проходит одинаковые *пути*.

Каковы же основные характеристики равномерного движения по окружности?

Прежде всего, это *радиус окружности* r и *модуль скорости* тела v (рис. 8.1). Далее мы увидим, что мгновенная скорость $\vec{v}$ в каждой точке траектории направлена *по касательной к траектории*.

Следующей характеристикой равномерного движения по окружности является *период обращения* T. Он равен промежутку времени, в течение которого тело совершает один оборот.

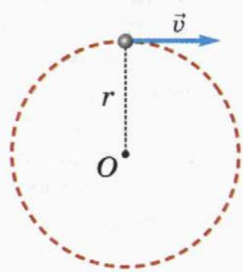


Рис. 8.1

1. Во сколько раз период обращения секундной стрелки меньше периода обращения часовой стрелки?

2. Докажите, что период обращения T, радиус окружности r и модуль скорости тела v связаны соотношением

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \qquad (1)$$

Частотой обращения ν называют число оборотов за единицу времени (секунду). Значение частоты не всегда целое число: например, если тело совершает 10 оборотов в секунду, то $\nu = 10\ с^{-1}$, а если оно совершает пол-оборота в секунду, то $\nu = 0{,}5\ с^{-1}$.

Чем больше частота обращения, тем меньше период.

3. Докажите, что период T и частота обращения ν связаны соотношением

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (2)$$

4. Чему равна частота обращения секундной стрелки, минутной стрелки, часовой стрелки, Земли при её суточном вращении и при её движении вокруг Солнца?

2. НАПРАВЛЕНИЕ МГНОВЕННОЙ СКОРОСТИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Поставим опыт

Затачивая инструмент с помощью точильного круга, можно заметить, что искры летят *по касательной* к кругу в точке, которой касается инструмент (рис. 8.2). Это раскалённые кусочки, оторвавшиеся от круга, поэтому их скорость в момент отрыва равна (по модулю и *направлению*) скорости точек диска, соприкасающихся с инструментом.

Рис. 8.2

Этот опыт показывает, что

при движении по окружности мгновенная скорость тела $\vec{v}$ направлена по касательной к окружности в точке, где в данный момент находится тело.

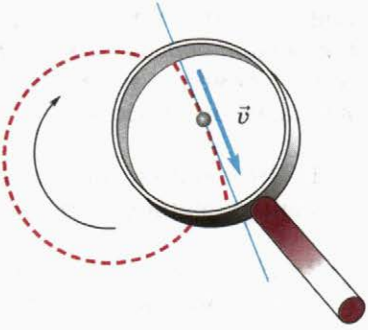


Рис. 8.3

Чтобы лучше осознать это, рассмотрим движение тела в течение времени Δt, малого по сравнению с периодом T. Пройденная за это время дуга окружности почти сливается с участком *касательной к окружности* (эта касательная показана голубой линией на рис. 8.3). А это как раз и означает, что мгновенная скорость тела направлена *по касательной*.

Заметим, что касательная к окружности в некоторой точке *перпендикулярна радиусу окружности*, проведённому в эту точку. Следовательно,

при движении по окружности мгновенная скорость тела $\vec{v}$ направлена перпендикулярно радиусу, проведённому в точку, где находится тело в данный момент (см. рис. 8.1).

5. На рисунке 8.4 изображена траектория тела, движущегося по окружности. Перенесите рисунок в тетрадь и отметьте на нём:

а) вектор скорости тела, когда оно находится в точках A и B;

б) точку C, в которой скорость тела составляет угол 45° со скоростью тела в момент, когда оно находится в точке A.

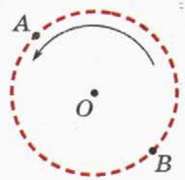


Рис. 8.4

3. УСКОРЕНИЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ПО ОКРУЖНОСТИ

Поскольку мгновенная скорость тела направлена по касательной в каждой точке траектории, направление скорости тела при его движении по окружности изменяется. А если скорость тела *изменяется* любым образом (пусть даже только по направлению), то это тело движется *с ускорением*. Итак, *при равномерном движении по окружности тело движется с ускорением.*

Докажем, что

при равномерном движении тела со скоростью v по окружности радиуса r:

а) ускорение тела в каждый момент времени направлено по радиусу к центру окружности,

б) модуль ускорения $a = \dfrac{v^2}{r}$.

Направление ускорения

Поскольку

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}, \qquad (3)$$

направление вектора ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением вектора *изменения* скорости $\Delta\vec{v}$.

Найдём изменение скорости $\Delta\vec{v}$ за промежуток времени Δt, малый по сравнению с периодом T.

Обозначим $\vec{v}_1$ скорость тела в момент времени t, а $\vec{v}_2$ — скорость тела в момент времени $t + \Delta t$. Тогда

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

Обозначим $\Delta\alpha$ угол, на который повернётся за время Δt радиус, проведённый в точку, где находится тело (рис. 8.5, *а*). Угол $\Delta\alpha$ мал, если Δt мало по сравнению с T.

На такой же угол $\Delta\alpha$ повернётся за время Δt и вектор скорости тела (скорость остаётся всё время перпендикулярной радиусу).

На рисунке 8.5, *б* показано, как найти *изменение* скорости $\Delta\vec{v}$.

Векторы $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\Delta\vec{v}$ образуют равнобедренный треугольник с основанием $\Delta\vec{v}$ и *малым* углом $\Delta\alpha$ при вершине. Поэтому углы при основании этого треугольника близки к прямым углам (это следует из того, что сумма углов треугольника 180°).

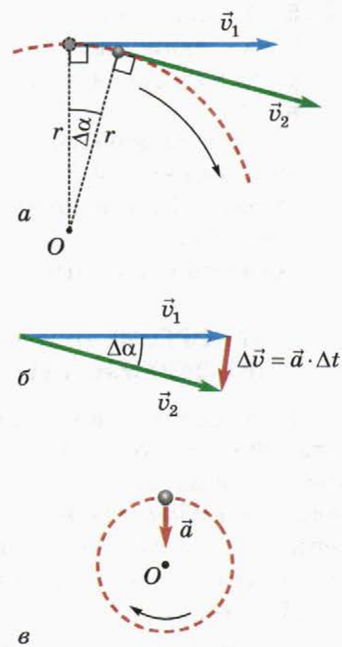


Рис. 8.5

Значит, изменение скорости $\Delta\vec{v}$ за очень малое время Δt направлено *перпендикулярно скорости*, то есть *по радиусу, причём к центру окружности*, как показано на рисунке 8.5, *в*. Ускорение $\vec{a}$ направлено так же, как изменение скорости $\Delta\vec{v}$, следовательно, *ускорение тела направлено к центру окружности*.

По этой причине ускорение тела при его движении по окружности часто называют *центростремительным*.

Из курса физики основной школы вы уже знаете, что ускорение тела обусловлено действующими на него силами. Например, при движении Земли вокруг Солнца силой, вызывающей центростремительное ускорение Земли, является сила тяготения со стороны Солнца.

6. Автомобиль поворачивает на 90° по дуге окружности. Изобразите на чертеже в тетради векторы скорости и ускорения автомобиля в середине дуги поворота.

Модуль ускорения

За промежуток времени Δt тело, движущееся со скоростью v, проходит по дуге окружности путь $\Delta l = v \cdot \Delta t$ (это красная сплошная линия на рисунке 8.6, *а*).

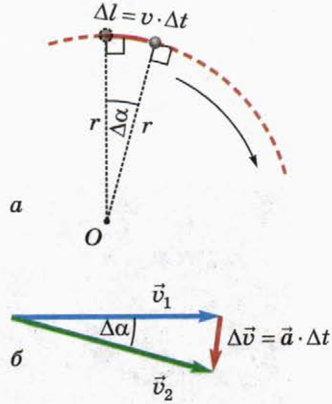


Рис. 8.6

Если Δt мало по сравнению с T, эта дуга почти не отличается от отрезка прямой. Поэтому фигура, образованная двумя радиусами r и этим отрезком, представляет собой равнобедренный треугольник с основанием $\Delta l = v \cdot \Delta t$.

Этот треугольник подобен равнобедренному треугольнику, образованному скоростями $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и изменением скорости $\Delta\vec{v} = \vec{a} \cdot \Delta t$ (он изображён на рисунке 8.6, *б*), поскольку углы при вершинах этих треугольников равны. Следовательно, основания указанных двух треугольников относятся, как их боковые стороны:

$$\frac{a \cdot \Delta t}{v \cdot \Delta t} = \frac{v}{r},$$

откуда получаем:

$$a = \frac{v^2}{r}. \qquad (4)$$

Центростремительное ускорение можно выразить также через ν и r или через T и r.

7. Докажите, что центростремительное ускорение выражается также формулами

$$a = 4\pi^2\nu^2 r, \qquad (5)$$

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} r. \qquad (6)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (4), (1), (2).

Можно подумать, что центростремительное ускорение, обусловленное изменением *только* направления скорости, не может быть значительным. Убедимся, что это не всегда так.

8. Чтобы космонавты без вреда для здоровья переносили большие перегрузки во время старта и посадки космического корабля, их тренируют с помощью специального аппарата — огромной *центрифуги* (рис. 8.7). Во время тренировки в Центре подготовки космонавтов им. Ю. А. Гагарина космонавт движется в капсуле (она изображена в левой части фотографии) по окружности радиусом 18 м.

Рис. 8.7

а) С каким ускорением движется космонавт, когда центрифуга делает шесть оборотов в минуту?

б) При какой частоте обращения космонавт движется с ускорением, превышающим ускорение свободного падения в 10 раз? Чему равна при этом его линейная скорость?

Чтобы испытать на себе ощущения при движении с ускорением, в несколько раз превышающем ускорение свободного падения, можно покататься на центрифуге в парке (рис. 8.8).

Рис. 8.8

9. Радиус колеса аттракциона 10 м. Чему равен период его обращения, когда пассажиры движутся с ускорением, в 2,5 раза превышающим ускорение свободного падения?

4. УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ

Иногда используют ещё одну характеристику равномерного движения по окружности — *угловую скорость* ω. Её определяют соотношением

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{t},$$

где $\Delta\alpha$ — угол, на который за время t поворачивается радиус, проведённый к телу из центра окружности (рис. 8.9).

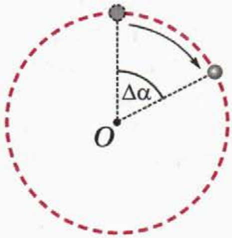


Рис. 8.9

При этом угол измеряют в *радианах*[1], то есть одному полному обороту соответствует поворот на угол 2π. Единица угловой скорости совпадает с единицей частоты (1 $с^{-1}$).

10. Какая скорость одинакова для всех точек минутной стрелки — линейная или угловая?

11. Во сколько раз угловая скорость секундной стрелки больше угловой скорости минутной стрелки?

12. Докажите, что угловая скорость связана с периодом обращения, частотой, радиусом окружности и скоростью соотношениями

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad (7)$$

$$\omega = 2\pi\nu, \qquad (8)$$

$$v = \omega r. \qquad (9)$$

13. Чему равна угловая скорость движения точки поверхности Земли, обусловленная суточным вращением? Одинакова ли эта скорость для всех точек земной поверхности, находящихся: а) на одной параллели; б) на одном меридиане; в) на различных параллелях и меридианах?

14. Докажите, что центростремительное ускорение выражается через угловую скорость и радиус окружности формулой

$$a = \omega^2 r. \qquad (10)$$

[1] Напомним, что один радиан (рад) равен центральному углу, опирающемуся на дугу, длина которой равна радиусу окружности; 1 рад ≈ 57°.

5. КАТЯЩЕЕСЯ КОЛЕСО

Рассмотрим движение различных точек колеса автомобиля.

Пусть автомобиль едет со скоростью $\vec{v}$ (рис. 8.10), причём его колёса *катятся без проскальзывания*.

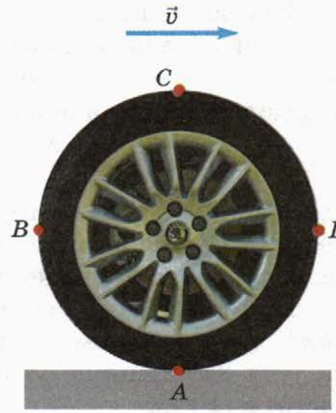


Рис. 8.10

Что означают слова «без проскальзывания»? Это значит, что *нижняя точка колеса A покоится относительно земли* (при этом шины оставляют чёткие следы). Этот факт — отправная точка для нахождения скорости всех других точек колеса — например, точек B, C, D на рисунке 8.10.

Чтобы найти скорость этих точек, удобно перейти в систему отсчёта, связанную с автомобилем, а потом вернуться в систему отсчёта, связанную с дорогой.

В системе отсчёта, связанной с автомобилем, *все* точки обода колеса движутся по окружности *с равными по модулю скоростями*. Обозначим $v_{\text{вр}}$ модуль этой скорости, обусловленной вращением колеса вокруг своей оси. Выясним: как связаны скорость автомобиля v и скорость вращения $v_{\text{вр}}$ точек его колеса? Именно тут нам и поможет тот факт, что нижняя точка колеса A покоится относительно земли.

Заметим, что скорость $\vec{v}_{A\text{вр}}$ *вращения* нижней точки A направлена *противоположно скорости автомобиля* (рис. 8.11).

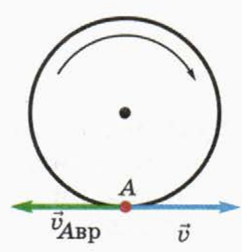


Рис. 8.11

Выразим через v и $v_{\text{вр}}$ скорость v_A точки A в системе отсчёта, связанной с дорогой. Согласно правилу сложения скоростей скорость точки A относительно дороги

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{A\text{вр}} + \vec{v}.$$

Итак, скорости $\vec{v}_{A\text{вр}}$ и $\vec{v}$ направлены противоположно, а их сумма $\vec{v}_A = 0$. Следовательно,

$$v_{\text{вр}} = v,$$

то есть *скорость движения точек обода колеса в системе отсчёта, связанной с автомобилем, равна по модулю скорости автомобиля.*

15. Докажите, что скорость точки C (см. рис. 8.10) относительно дороги равна $2v$.

16. Найдите направление и модуль скорости точек B и D (см. рис. 8.10) относительно земли.

Рис. 8.12

17. Катушка с ниткой (рис. 8.12) может катиться по горизонтальному столу *без проскальзывания*. Конец нити тянут в горизонтальном направлении со скоростью, равной по модулю u (рис. 8.13). Внутренний радиус катушки r, а внешний R. Докажите, что катушка будет двигаться вправо со скоростью $v = u\dfrac{R}{R+r}$.

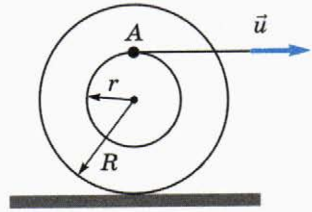


Рис. 8.13

Подсказка. Рассмотрите движение точки A, воспользовавшись сложением скоростей, а также тем фактом, что точка катушки, касающаяся стола, *покоится* относительно стола.

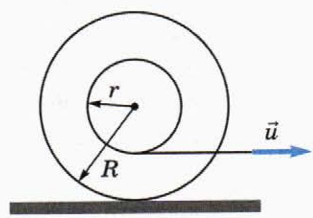


Рис. 8.14

18. С какой скоростью v и *в каком направлении* будет двигаться катушка в случае, изображённом на рисунке 8.14?

Если вы выполнили это задание правильно, ответ может показаться вам неправдоподобным. Попробуйте проверить его *на опыте*, проследив за тем, чтобы катушка катилась *без проскальзывания*.

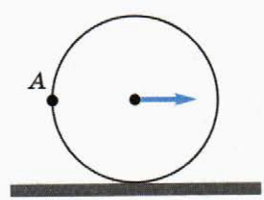


Рис. 8.15

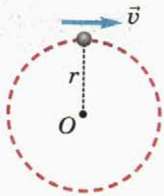
19. С какой скоростью едет велосипедист, если сорвавшаяся с колеса в точке A (рис. 8.15) капелька попала снова в эту же точку? Радиус колеса 30 см.

Подсказка. Перейдите в систему отсчёта, связанную с велосипедистом.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Равномерное движение по окружности

Скорость направлена *по касательной*



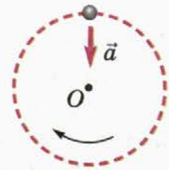
$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

Ускорение направлено *по радиусу к центру*



ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ[1]

20. Длина минутной стрелки настенных часов 15 см, а часовой стрелки — 10 см. Какие величины можно определить из этого условия? Чему они равны?

21. Чему равна обусловленная суточным вращением скорость точек поверхности Земли, расположенных на экваторе? Длину экватора примите равной 40 000 км.

22. Две шестерёнки сцеплены, как показано на рисунке 8.16. Радиусы шестерёнок 60 см и 30 см. Большая шестерёнка вращается с частотой 2 $с^{-1}$.

а) С какой скоростью движутся зубцы большой шестерёнки?

б) По часовой стрелке или против неё движутся зубцы маленькой шестерёнки? С какой скоростью они движутся?

в) Чему равна частота обращения маленькой шестерёнки?

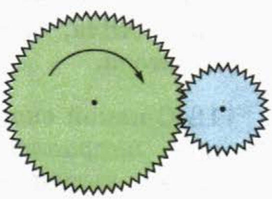


Рис. 8.16

23. Диск радиусом 2 м равномерно вращается вокруг своей оси с периодом 0,5 с. Начертите графики зависимости скорости v и ускорения a точки диска от расстояния r до центра диска.

[1] Необходимые для решения задач справочные данные, не приведённые в условии задачи, вы можете найти в конце учебника (под обложкой).

24. Наблюдения колец Сатурна (рис. 8.17) показали, что чем дальше от планеты находится участок кольца, тем меньше его скорость. Могут ли кольца Сатурна быть сплошными? Обоснуйте свой ответ.

Рис. 8.17

25. Самолёт летит вдоль 60-й параллели. Во время всего полёта его пассажиры наблюдают Солнце в одной и той же точке небосвода. Длину экватора примите равной 40 000 км.
а) В каком направлении летит самолёт?
б) За какое время он совершит полный круг?
в) Какой путь самолёт пролетит за это время?
г) С какой скоростью летит самолёт?

26. Два тела равномерно движутся по окружностям радиусом 10 см и 1 м соответственно. У какого тела ускорение больше и во сколько раз, если:
а) скорости тел равны?
б) периоды обращения тел равны?

27. Во сколько раз ускорение точек земной поверхности на экваторе меньше ускорения свободного падения g? Во сколько раз надо было бы уменьшить продолжительность суток, чтобы оно стало равным g?

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ: КЛЮЧЕВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧАХ

§ 9. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И ПЕРЕХОД В ДРУГУЮ СИСТЕМУ ОТСЧЁТА ПРИ ДВИЖЕНИИ НА ПЛОСКОСТИ

1. СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

Пусть человек идёт *поперёк* плота, плывущего по реке. При этом скорость человека *относительно плота* перпендикулярна скорости течения (рис. 9.1, вид сверху).

Из правила сложения скоростей (см. § 3) следует:

$$\vec{v}_{чб} = \vec{v}_{чп} + \vec{v}_{пб}, \qquad (1)$$

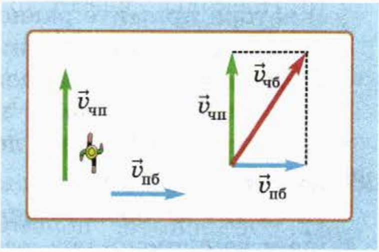


Рис. 9.1

где $\vec{v}_{чб}$ — скорость человека относительно берега, $\vec{v}_{чп}$ — скорость человека относительно плота, $\vec{v}_{пб}$ — скорость плота относительно берега (скорость течения).

На рисунке 9.1 справа показано, как графически найти скорость человека относительно берега (красная стрелка). Мы видим, что человек движется *не перпендикулярно* берегу, поскольку его (вместе с плотом) сносит течением.

Во время переправы через реку лодку тоже сносит течением. Если скорость $\vec{v}_{лв}$ лодки *относительно воды* направлена перпендикулярно течению, то её скорость $\vec{v}_{лб}$ относительно берега (красная стрелка) будет направлена не перпендикулярно берегу, а под некоторым углом α к этому перпендикуляру (рис. 9.2).

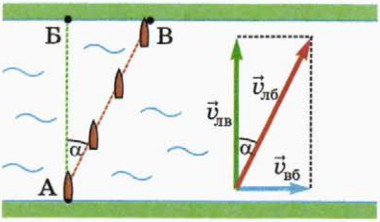


Рис. 9.2

Поэтому лодка попадёт не в точку Б, находящуюся точно напротив начальной точки А, а в точку В, которая расположена ниже точки Б по течению.

На рисунке 9.2 для наглядности изображены некоторые промежуточные положения лодки, чтобы было видно, что она всё время держит курс перпендикулярно берегу, но течение сносит её во время переправы.

1. Моторная лодка переправляется через реку шириной 60 м. Скорость лодки относительно воды направлена перпендикулярно берегу и равна 2 м/с, а скорость течения равна 1 м/с.

а) Сколько времени займёт переправа?

б) Насколько снесёт лодку по течению за время переправы?

в) Какой угол составляет скорость лодки *относительно берега* с перпендикуляром к берегу?

Обратите внимание: *если скорость лодки относительно воды перпендикулярна берегу, течение не влияет на время переправы.*

2. Объясните, почему переправа через реку занимает *кратчайшее время*, когда скорость лодки относительно воды направлена перпендикулярно берегу (хотя при этом переправа происходит не по кратчайшему пути относительно берега).

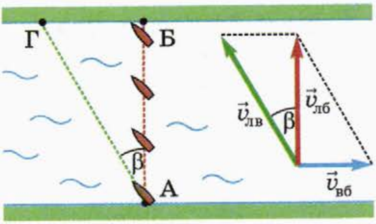


Рис. 9.3

Рассмотрим теперь, как надо направить скорость лодки относительно воды, чтобы лодка попала в точку Б, расположенную точно напротив начальной точки А (рис. 9.3).

В таком случае скорость $\vec{v}_{лб}$ лодки *относительно берега* должна быть перпендикулярна берегу (красная стрелка). А для этого необходимо, чтобы скорость $\vec{v}_{лв}$ лодки *относительно воды* была направлена под некоторым углом β к линии АБ — немного навстречу течению.

На рисунке 9.3 изображены некоторые промежуточные положения лодки, чтобы показать, что во время переправы киль лодки остаётся параллельным линии АГ, где точка Г расположена *выше* точки Б по течению, однако течение сносит лодку так, что она попадает в точку Б.

3. Моторная лодка переправляется через реку шириной 60 м так, что попадает в точку Б, находящуюся точно

напротив начальной точки А. Скорость лодки относительно воды равна 2 м/с, а скорость течения равна 1 м/с.

а) Какой угол составляет скорость лодки *относительно воды* с перпендикуляром к берегу?

б) Чему равна скорость лодки относительно берега?

в) Сколько времени занимает переправа?

Мы видим, что переправа по *кратчайшему пути* (относительно берега), занимает *большее время*, чем в случае, когда скорость лодки относительно воды направлена перпендикулярно берегу. Чтобы двигаться точно поперёк течения, лодке приходится бороться с ним.

4. Может ли лодка попасть из точки А в точку Б, если её скорость относительно воды меньше скорости течения или равна ей? Дайте пояснительный чертёж.

Итак, мы видим, что даже в случае, когда течение или ветер направлены перпендикулярно траектории лодки, корабля или самолёта (относительно земли), это всё-таки тормозит движение. Правда, если скорость ветра мала по сравнению со скоростью самолёта, то задержка при боковом ветре существенно меньше, чем при встречном ветре той же скорости.

5. В безветренную погоду перелёт самолёта из города Л в город К занимает 1 ч. Во время полёта дует ветер, скорость которого в 10 раз меньше скорости самолёта относительно воздуха. Сколько времени будет длиться перелёт, если ветер:

а) встречный? б) перпендикулярен трассе полёта?

2. ПЕРЕХОД В ДРУГУЮ СИСТЕМУ ОТСЧЁТА

На рисунке 9.4 схематически изображено положение двух кораблей в море и показаны их скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$.

Может ли произойти столкновение этих кораблей, если они будут продолжать следовать своими курсами? А если нет, то каким будет минимальное расстояние d_{min} между ними?

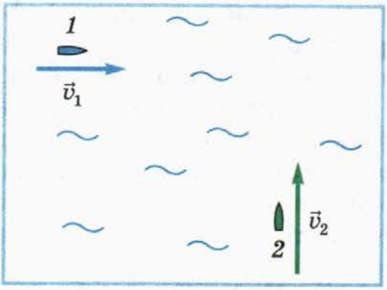


Рис. 9.4

Если рассматривать движение кораблей в системе отсчёта, связанной с Землёй, ситуация представляется непростой: надо следить одновременно за *двумя* кораблями, не пропустив момент наибольшего их сближения.

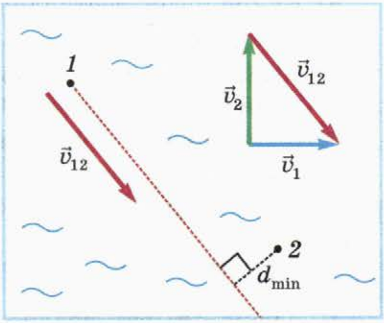


Рис. 9.5

Однако эта ситуация значительно упрощается, если перейти в систему отсчёта, связанную с *любым* из кораблей — например, с кораблём *2* (рис. 9.5).

В этой системе отсчёта корабль *2* покоится, поэтому надо следить за движением только *одного* корабля — корабля *1*. Чтобы найти его скорость $\vec{v}_{12}$ относительно корабля *2*, нужно, как мы уже знаем, вычесть из скорости $\vec{v}_1$ скорость $\vec{v}_2$:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2. \quad (2)$$

В правой верхней части рисунка 9.5 показано, как графически найти скорость $\vec{v}_{12}$.

В системе отсчёта, связанной с кораблём *2*, корабль *1* движется вдоль прямой, параллельной его скорости $\vec{v}_{12}$ в этой системе отсчёта (красный пунктир).

Мы видим, что кораблям, к счастью, столкновение не грозит. А проведя перпендикуляр из положения корабля *2* к красному пунктиру, мы найдём и минимальное расстояние между кораблями $d_{\min}$.

6. На рисунке 9.6 изображено положение автобуса (А) и такси (Т) в некоторый момент времени и обозначены их скорости. Две клетки соответствуют 100 м или 10 м/с.

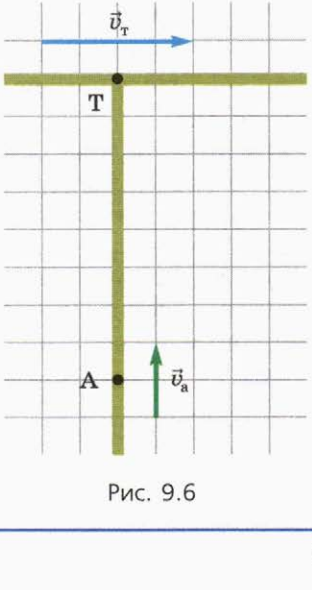


Рис. 9.6

Связанную с автобусом систему отсчёта называем далее для краткости «система А».

а) Перенесите рисунок в тетрадь и найдите графически скорость такси в системе А.

б) Начертите траекторию движения такси в системе А.

в) Найдите модуль скорости такси в системе А.

г) Найдите графически и аналитически наименьшее расстояние между такси и автобусом.

Подсказка. Воспользуйтесь подобием треугольников скоростей и перемещений в системе А.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

7. По реке плывёт квадратный плот со стороной a (рис. 9.7). По периметру плота идёт человек со скоростью $v_ч$ относительно плота. Скорость течения равна $v_т$.

а) Найдите выражение для пути, пройденного человеком *относительно берега*, если он двигался от A к B; от B к C; от C к D; от D к A.

б) Найдите отношение пути, пройденного человеком относительно берега, к пути, пройденному им относительно плота, если: 1) $v_ч = 2v_т$; 2) $v_ч = 0{,}5v_т$.

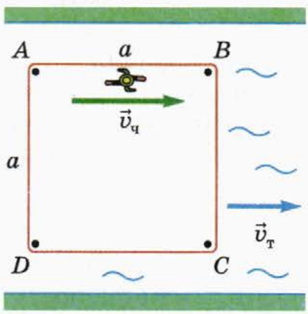


Рис. 9.7

8. Человек на моторной лодке отправляется из точки A с намерением попасть в точку B (рис. 9.8).

а) Скорость лодки относительно воды в 2 раза больше скорости течения. Под каким углом α к линии AB должна быть направлена скорость лодки относительно воды?

б) При какой минимальной скорости лодки относительно воды она сможет попасть в точку B, если скорость течения равна 1 м/с? Под каким углом к линии AB надо в этом случае направить киль лодки?

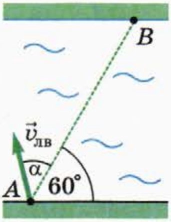


Рис. 9.8

§ 10. «СЕКРЕТЫ» ПРЯМОЛИНЕЙНОГО РАВНОУСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ

Продолжим исследование прямолинейного равноускоренного движения, начатое в § 6.

1. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

Напомним (см. § 6), что при прямолинейном движении в одном направлении путь l численно равен площади фигуры, заключённой под графиком зависимости $v(t)$.

Используя этот факт, докажем, что в этом случае средняя скорость равна среднему арифметическому начальной и конечной скорости:

$$v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}. \quad (1)$$

Из определения средней скорости следует, что

$$l = v_{ср}t. \quad (2)$$

Фигура, заключённая под графиком зависимости $v(t)$, является в данном случае трапецией с основаниями v_0 и v (рис. 10.1). Её площадь, равную l, можно выразить как произведение средней линии (она показана пунктиром) на высоту. Средняя линия данной трапеции равна полусумме её оснований v и v_0, а высота равна t. Поэтому получаем:

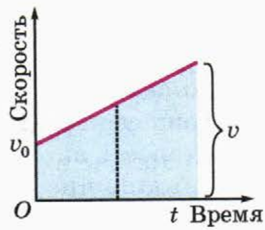


Рис. 10.1

$$l = \frac{v_0 + v}{2}t. \quad (3)$$

Левые части уравнений (2) и (3) одинаковы. Следовательно, их правые части равны, откуда и следует формула (1).

? 1. Начальная скорость автомобиля на участке равна 50 км/ч, а конечная — 70 км/ч. Время движения на участке равно 1 мин. Чему равна длина участка, если автомобиль двигался равноускоренно?

Отметим полезные частные случаи применения формулы для средней скорости равноускоренного движения:

- если $v_0 = 0$, то $v_{ср} = \frac{v}{2}$;
- если $v = 0$, то $v_{ср} = \frac{v_0}{2}$.

Если движение тела не является равноускоренным, то его средняя скорость может быть и не равна среднему арифметическому начальной и конечной скорости!

Рассмотрим примеры.

2. На рисунках 10.2 и 10.3 изображены графики зависимости скорости от времени для двух тел. В каком случае средняя скорость меньше среднего арифметического начальной и конечной скорости, а в каком — больше?

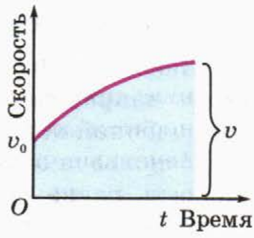


Рис. 10.2

Подсказка. Сравните путь, пройденный каждым из данных тел, с путём, который прошло бы тело, двигавшееся в течение этого же промежутка времени *равноускоренно с той же начальной и конечной скоростью.*

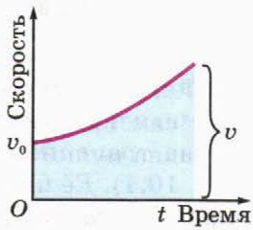


Рис. 10.3

3. Автомобиль разогнался с места до скорости 20 м/с за 10 с, двигаясь равноускоренно. Чему равна средняя скорость автомобиля? Есть ли в условии лишние данные?

4. Отойдя от станции, поезд метро разгонялся до некоторой скорости, а потом начал тормозить до остановки на следующей станции. Расстояние между станциями, равное 2 км, поезд проехал за 4 мин. При разгоне и торможении поезд двигался равноускоренно, но с *разными* по модулю ускорениями.

а) Начертите примерный график зависимости модуля скорости поезда от времени. Какую форму имеет фигура, заключённая под этим графиком?

б) Какова средняя скорость поезда?

в) Какова максимальная скорость поезда?

5. Движущийся прямолинейно равноускоренно автомобиль проехал участок длиной 200 м. Начальная скорость автомобиля равна 10 м/с, а конечная — 30 м/с.

а) Какова средняя скорость автомобиля?

б) За какое время автомобиль проехал участок?

2. ПУТИ, ПРОХОДИМЫЕ ЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ РАВНЫЕ ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ

6. Галилей доказал, что при прямолинейном равноускоренном движении *без начальной скорости* пути, проходимые телом за последовательные равные промежутки времени, относятся как последовательные нечётные числа:

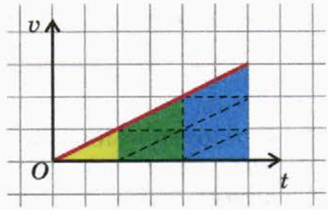


Рис. 10.4

$$l_1 : l_2 : l_3 ... = 1 : 3 : 5... .$$

Воспользовавшись рисунком 10.4, докажите это утверждение.

Может быть, кто-то из вас вспомнит, что для свободного падения без начальной скорости такой результат уже был получен (см. задачу 5 из § 7).

А как обобщается эта красивая теорема (*теоремой* её назвал сам Галилей) на случай, когда начальная скорость тела не равна нулю?

7. Объясните, почему для тела, движущегося прямолинейно равноускоренно в одном направлении, пути, проходимые за последовательные равные промежутки времени продолжительностью τ каждый, образуют арифметическую прогрессию:

$$l_2 = l_1 + \Delta,\ l_3 = l_1 + 2\Delta,\ ...,$$

где $\Delta = a\tau^2$ (a — ускорение тела).

Подсказка. Воспользуйтесь рисунком 10.5.

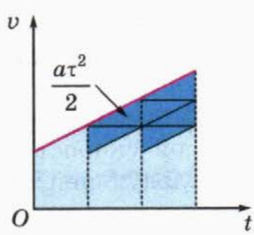


Рис. 10.5

8. В первую секунду наблюдения движущийся равноускоренно автомобиль проехал 10 м, а во вторую — 12 м. Наблюдение длилось 5 с. Попробуйте ответить на следующие вопросы устно.

а) Какое расстояние автомобиль проехал за третью, четвёртую и пятую секунды?

б) С каким ускорением двигался автомобиль?

в) Чему равна начальная скорость автомобиля?

3. «ПОСЛЕДНЯЯ СЕКУНДА»

В некоторых задачах рассматривается *заключительный* этап движения. Например, дано, что тело за *последнюю* секунду падения пролетело 30 м или что путь, пройденный падающим телом за *последнюю* секунду, в n раз больше, чем за предыдущую. Найдём удобный подход к решению подобных задач.

9. Пусть тело движется прямолинейно равноускоренно в одном направлении и его скорость увеличивается. Объясните, почему путь, пройденный телом, выражается через его *конечную* скорость v, ускорение и время движения формулой

$$l = vt - \frac{at^2}{2}.$$

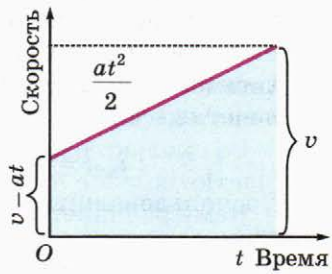


Рис. 10.6

Подсказка. Воспользуйтесь рисунком **10.6**.

10. Свободно падавшее без начальной скорости тело за последнюю секунду падения пролетело 30 м. Попробуйте ответить на следующие вопросы устно.

а) Чему равна скорость тела непосредственно перед ударом о землю?

б) Сколько времени падало тело?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

11. Известно, что путь, пройденный за последнюю секунду свободно падающим без начальной скорости телом, в 2 раза больше, чем за предыдущую.

а) Выразите путь, пройденный телом за последнюю секунду, через конечную скорость тела.

б) Выразите путь, пройденный телом за *две* последние секунду, через конечную скорость тела.

в) Используя условие задачи, напишите соотношение между значениями пути, пройденного за *последнюю* и *предпоследнюю* секунды.

г) Найдите конечную скорость тела.

д) Найдите время падения.

е) С какой высоты падало тело?

12. Лыжник съехал с горы длиной l за промежуток времени t, а затем проехал по горизонтальному участку расстояние d до полной остановки. Начальная скорость лыжника равна нулю, движение лыжника на обоих участках можно считать равноускоренным.

а) Чему равна скорость лыжника в конце спуска?

б) Сколько времени длилось торможение?

в) Чему равен модуль ускорения лыжника при движении по горизонтальному участку?

13. Автомобиль движется с постоянным ускорением a. На пути, равном l, скорость автомобиля увеличилась в n раз.

а) Во сколько раз средняя скорость автомобиля на данном участке больше начальной скорости?

б) Чему равна начальная скорость автомобиля?

14. Пути, проходимые за последовательные равные промежутки времени по 1 с телом, которое свободно падает с некоторой начальной скоростью, направленной вниз, относятся, как последовательные натуральные числа:

$$l_1 : l_2 : l_3 ... = 1 : 2 : 3... .$$

а) Во сколько раз средняя скорость тела за вторую секунду больше, чем за первую?

б) Насколько средняя скорость тела за вторую секунду больше, чем за первую?

в) Чему равна начальная скорость тела?

г) Начертите график зависимости модуля скорости тела от времени.

§ 11. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО И ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

1. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Если сопротивлением воздуха можно пренебречь, то брошенное *как угодно* тело движется с ускорением свободного падения $\vec{g}$.

Рассмотрим сначала движение тела, брошенного *горизонтально* со скоростью $\vec{v}_0$ с высоты h над поверхностью земли (рис. 11.1).

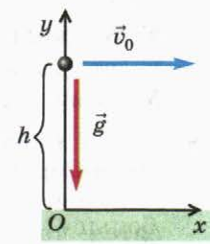


Рис. 11.1

В векторном виде зависимость скорости $\vec{v}$ тела от времени t выражается формулой

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t. \qquad (1)$$

В проекциях на оси координат:

$$v_x = v_0, \qquad (2)$$

$$v_y = -gt. \qquad (3)$$

1. Объясните, как из (2) и (3) получаются формулы

$$x = v_0 t, \qquad (4)$$

$$y = h - \frac{gt^2}{2}. \qquad (5)$$

Мы видим, что тело как бы совершает одновременно два вида движения: вдоль оси x оно движется *равномерно*, а вдоль оси y — *равноускоренно без начальной скорости*.

На рисунке 11.2 показано положение тела через равные промежутки времени. Внизу показано положение в те же моменты времени тела, движущегося прямолинейно равномерно с той же начальной скоростью, а слева — положение свободно падающего тела.

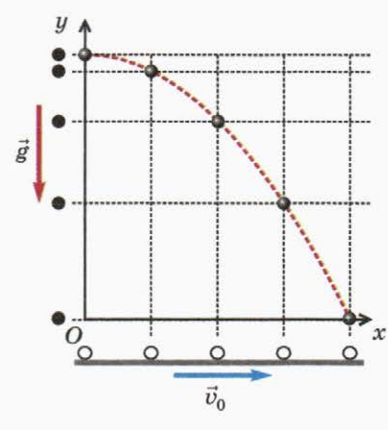


Рис. 11.2

Мы видим, что брошенное горизонтально тело находится всё время на одной вертикали с движущимся равномерно телом и на одной горизонтали со свободно падающим телом.

2. Объясните, как из формул (4) и (5) получаются выражения для времени $t_{пол}$ и дальности полёта тела l:

$$t_{пол} = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \tag{6}$$

$$l = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}. \tag{7}$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в момент падения $y = 0$.

3. Тело бросают горизонтально с некоторой высоты. В каком случае дальность полёта тела будет больше: при увеличении в 4 раза начальной скорости или при увеличении во столько же раз начальной высоты? Во сколько раз больше?

Траектория движения

На рисунке 11.2 траектория движения тела, брошенного горизонтально, изображена красной штриховой линией. Она напоминает ветвь параболы. Проверим это предположение.

4. Докажите, что для тела, брошенного горизонтально, *уравнение траектории* движения, то есть зависимость $y(x)$, выражается формулой

$$y = h - \frac{gx^2}{2v_0^2}. \tag{8}$$

Подсказка. Используя формулу (4), выразите t через x и подставьте найденное выражение в формулу (5).

Формула (8) действительно представляет собой *уравнение параболы*. Её вершина совпадает с начальным положением тела, то есть имеет координаты $x = 0$; $y = h$, а ветвь параболы направлена вниз (на это указывает отрицательный коэффициент перед x^2).

5. Зависимость $y(x)$ выражается в единицах СИ формулой $y = 45 - 0{,}05x^2$.

а) Чему равны начальная высота и начальная скорость тела?
б) Чему равны время и дальность полёта?

6. Тело брошено горизонтально с высоты 20 м с начальной скоростью 5 м/с.

а) Сколько времени будет длиться полёт тела?

б) Чему равна дальность полёта?

в) Чему равна скорость тела непосредственно перед ударом о землю?

г) Под каким углом к горизонту будет направлена скорость тела непосредственно перед ударом о землю?

д) Какой формулой в единицах СИ выражается зависимость модуля скорости тела от времени?

2. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

На рисунке 11.3 схематически изображено начальное положение тела, его начальная скорость $\vec{v}_0$ (при $t = 0$) и ускорение (ускорение свободного падения $\vec{g}$).

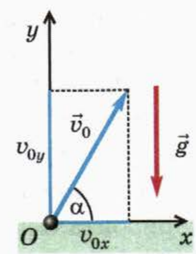


Рис. 11.3

Проекции начальной скорости

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \quad (9)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha. \quad (10)$$

Для сокращения последующих записей и прояснения их физического смысла удобно до получения окончательных формул сохранять обозначения v_{0x} и v_{0y}.

Скорость $\vec{v}$ тела в векторном виде в момент времени t и в этом случае выражается формулой

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t.$$

Однако теперь в проекциях на оси координат

$$v_x = v_{0x}, \quad (11)$$

$$v_y = v_{0y} - gt. \quad (12)$$

7. Объясните, как получаются следующие уравнения:

$$x = v_{0x}t, \quad (13)$$

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \quad (14)$$

Мы видим, что и в этом случае брошенное тело как бы участвует одновременно в двух видах движения: вдоль оси x оно движется *равномерно*, а вдоль оси y — *равноускоренно с начальной скоростью*, как тело, брошенное вертикально вверх.

Траектория движения

На рисунке 11.4 схематически показано положение тела, брошенного под углом к горизонту, через равные промежутки времени. Вертикальные линии подчёркивают, что вдоль оси x тело движется равномерно: соседние линии находятся на равных расстояниях друг от друга.

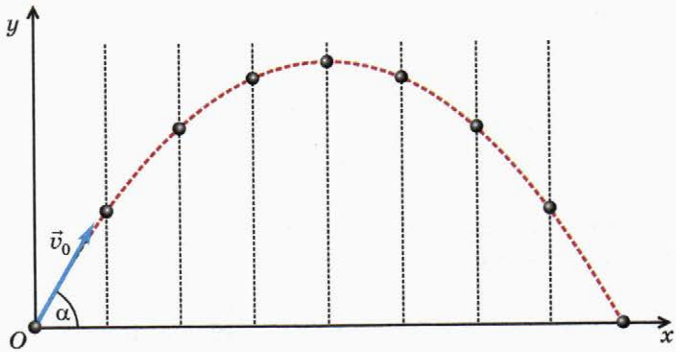


Рис. 11.4

8. Объясните, как получить следующее *уравнение траектории* тела, брошенного под углом к горизонту:

$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{gx^2}{2v_{0x}^2}. \qquad (15)$$

Формула (15) представляет собой уравнение параболы, ветви которой направлены вниз.

Уравнение траектории может многое рассказать нам о движении брошенного тела!

9. Зависимость $y(x)$ выражается в единицах СИ формулой $y = \sqrt{3} \cdot x - 1{,}25x^2$.

а) Чему равна горизонтальная проекция начальной скорости?

б) Чему равна вертикальная проекция начальной скорости?

в) Под каким углом к горизонту брошено тело?

г) Чему равна начальная скорость тела?

Параболическую форму траектории тела, брошенного под углом к горизонту, наглядно демонстрирует струя воды (рис. 11.5).

Рис. 11.5

Время подъёма и время всего полёта

10. Используя формулы (12) и (14), покажите, что время подъёма тела $t_{под}$ и время всего полёта $t_{пол}$ выражаются формулами

$$t_{под} = \frac{v_{0y}}{g}, \tag{16}$$

$$t_{пол} = 2\frac{v_{0y}}{g}. \tag{17}$$

Подсказка. В верхней точке траектории $v_y = 0$, а в момент падения тела его координата $y = 0$.

Мы видим, что и в этом случае (так же, как для тела, брошенного вертикально вверх) всё время полёта $t_{пол}$ в 2 раза больше времени подъёма $t_{под}$. И в этом случае при обратном просмотре видеосъёмки подъём тела будет выглядеть в точности как его спуск, а спуск — как подъём.

Высота и дальность полёта

11. Докажите, что высота подъёма h и дальность полёта l выражаются формулами

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g}, \tag{18}$$

$$l = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}. \tag{19}$$

Подсказка. Для вывода формулы (18) воспользуйтесь формулами (14) и (16) или формулой (10) из *§ 6. Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении*; для вывода формулы (19) воспользуйтесь формулами (13) и (17).

Обратите внимание: время подъёма тела $t_{под}$, всё время полёта $t_{пол}$ и высота подъёма h зависят только от *вертикальной* проекции начальной скорости.

12. До какой высоты поднялся после удара футбольный мяч, если он упал на землю через 4 с после удара?

13. Докажите, что

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \tag{20}$$

$$l = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \tag{21}$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (9), (10), (18), (19).

14. Объясните, почему при одной и той же начальной скорости v_0 дальность полёта l будет одинакова при двух углах α_1 и α_2, связанных соотношением $\alpha_1 + \alpha_2 = 90°$ (рис. 11.6).

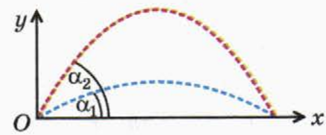


Рис. 11.6

Подсказка. Воспользуйтесь первым равенством в формуле (21) и тем, что $\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$.

15. Два тела, брошенные одновременно из одной точки с одинаковой по модулю начальной скоростью, упали в одну точку. Угол между начальными скоростями равен 20°. Под какими углами к горизонту были брошены тела?

Максимальные дальность и высота полёта

При одной и той же по модулю начальной скорости дальность полёта и высота определяются только углом α. Как выбрать этот угол, чтобы дальность или высота полёта были максимальными?

16. Объясните, почему максимальная дальность полёта достигается при $\alpha = 45°$ и выражается формулой

$$l_{max} = \frac{v_0^2}{g}. \tag{22}$$

17. Докажите, что максимальная высота полёта выражается формулой

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}. \tag{23}$$

18. Тело, брошенное под углом 15° к горизонту, упало на расстоянии 5 м от начальной точки.

а) Чему равна начальная скорость тела?
б) До какой высоты поднялось тело?
в) Чему равна максимальная дальность полёта при той же по модулю начальной скорости?
г) До какой максимальной высоты могло бы подняться это тело при той же по модулю начальной скорости?

Зависимость скорости от времени

При подъёме скорость брошенного под углом к горизонту тела уменьшается по модулю, а при спуске — увеличивается.

19. Тело брошено под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с.

а) Как в единицах СИ выражается зависимость $v_y(t)$?
б) Как в единицах СИ выражается зависимость $v(t)$?
в) Чему равна минимальная скорость тела во время полёта?

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (13) и (14), а также теоремой Пифагора.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

20. Бросая камешки под разными углами, Саша обнаружил, что не может бросить камешек дальше чем на 40 м. На какую максимальную высоту Саша сможет забросить камешек?

21. Между сдвоенными шинами заднего колеса грузовика застрял камешек. На каком расстоянии от грузовика должен ехать следующий за ним автомобиль, чтобы этот камешек, сорвавшись, не причинил ему вреда? Оба автомобиля едут со скоростью 90 км/ч.

Подсказка. Перейдите в систему отсчёта, связанную с любым из автомобилей.

22. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы:
а) высота полёта была равна дальности?
б) высота полёта была в 3 раза больше дальности?
в) дальность полёта была в 4 раза больше высоты?

23. Тело брошено с начальной скоростью 20 м/с под углом 60° к горизонту. Через какие промежутки времени после броска скорость тела будет направлена под углом 45° к горизонту?

§ 12. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ БРОШЕННЫХ ТЕЛ. ОТСКОК ОТ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

1. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ БРОШЕННЫХ ТЕЛ

Пусть в некоторый момент ($t = 0$) из точки A на высоте h начинает падать яблоко (рис. 12.1). Лежащий на траве юный стрелок в тот же момент стреляет из пружинного пистолета, намереваясь попасть «в яблочко». Пистолет находится в точке B на расстоянии d от вертикали, вдоль которой падает яблоко, а скорость пули по модулю равна v_0.

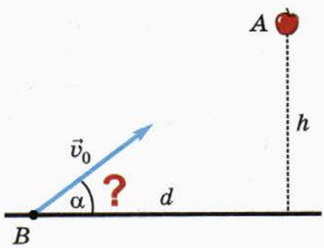


Рис. 12.1

1) Под каким углом α к горизонту надо направить пулю?

2) В какой момент времени пуля попадёт в яблоко?

Найдём сначала ответы на эти вопросы уже знакомым нам способом. Введём систему координат с началом в точке B, ось x направим по горизонтали вправо, а ось y — вверх. Запишем, как зависят от времени координаты пули и яблока, и учтём, что в момент попадания пули в яблоко их координаты совпадают.

? **1.** Объясните, почему пуля может попасть в яблоко при условии, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{d}. \qquad (1)$$

Эта удивительно простая формула утверждает, что целиться надо *точно в яблочко* — так, будто ни пуля, ни яблоко не чувствуют притяжения Земли! Для того чтобы пуля попала в яблоко, значение имеет (казалось бы) только *направление* её начальной скорости.

? **2.** Объясните, почему до попадания пули в яблоко они будут двигаться в течение времени

$$t = \frac{AB}{v_0}. \qquad (2)$$

Здесь $AB = \sqrt{d^2 + h^2}$ — расстояние между пулей и яблоком в начальный момент.

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что $t = \dfrac{d}{v_{0x}} = \dfrac{d}{v_0 \cos\alpha}$.

Формула (2) тоже замечательна своей простотой: как будто бы яблоко и правда замерло на месте в ожидании пули, а пуля летела к яблоку, не чувствуя земного притяжения!

Найдём теперь физическую разгадку этой «простоты» и покажем, как можно было найти угол α и время полёта устно.

Поскольку яблоко и пуля движутся с ускорением свободного падения $\vec{g}$, их скорости в момент времени t в векторном виде выражаются формулами

$$\vec{v}_я = \vec{g}t,$$

$$\vec{v}_п = \vec{v}_0 + \vec{g}t.$$

Перейдём в систему отсчёта, связанную с яблоком. Скорость яблока в этой системе отсчёта остаётся равной нулю, а скорость пули относительно яблока

$$\vec{v}_{пя} = \vec{v}_п - \vec{v}_я = \vec{v}_0 + \vec{g}t - \vec{g}t = \vec{v}_0.$$

Итак, до попадания в яблоко пуля движется относительно яблока с *постоянной* скоростью $\vec{v}_0$, то есть *прямолинейно* и *равномерно*!

Вот почему целиться надо «точно в яблочко», и вот почему время полёта пули до попадания в яблоко равно начальному расстоянию между ними, делённому на начальную скорость пули! Мы видим, что полученные выше формулы (1), (2) можно было записать сразу, без вычислений.

Остаётся проверить: действительно ли модуль начальной скорости пули не имеет значения для попадания в яблоко?

? **3.** При какой начальной скорости пули она *может* попасть в яблоко?

Подсказка. Время полёта пули до попадания в яблоко должно быть меньше времени падения яблока на землю.

Докажем, что тела, брошенные под *любыми* углами к горизонту с *любыми* начальными скоростями, движутся *друг* *относительно друга* с *постоянной* (по модулю и по направлению) скоростью, то есть *прямолинейно равномерно*.

Действительно, пусть начальные скорости двух тел равны $\vec{v}_{01}$ и $\vec{v}_{02}$. Тогда их скорости в момент времени t выражаются в векторном виде формулами

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{g}t,$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{g}t.$$

Скорость второго тела относительно первого

$$\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = (\vec{v}_{02} + \vec{g}t) - (\vec{v}_{01} + \vec{g}t) = \vec{v}_{02} - \vec{v}_{01}.$$

Эта формула показывает, что относительная скорость тел *не зависит от времени*, то есть тела движутся друг относительно друга с *постоянной* скоростью.

Свидетелями этого интересного явления мы становимся, наблюдая во время фейерверков за разноцветными огненными шарами (рис. 12.2).

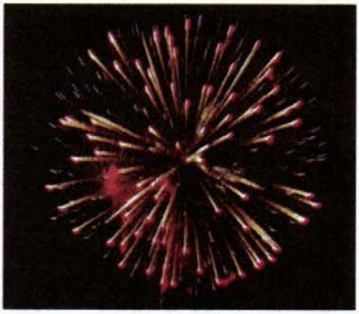


Рис. 12.2

Они имеют форму *шаров* именно потому, что образующие их светящиеся ракеты движутся друг относительно друга с *постоянными* скоростями!

Знание «секрета» относительного движения брошенных тел позволяет легко решать задачи, кажущиеся на первый взгляд довольно трудными.

4. Из одной точки одновременно бросили два тела — первое под углом 15° к горизонту, а второе — под углом 75° к горизонту. Начальная скорость каждого тела 20 м/с. Траектории тел лежат в одной плоскости. Попробуйте на все следующие вопросы (кроме *а*) ответить *устно*.

а) Изобразите на одном чертеже начальные скорости тел и найдите начальную скорость второго тела относительно первого. Чему она равна по модулю?

б) Будет ли эта относительная скорость изменяться во время полёта тел?

в) Какой формулой в единицах СИ выражается зависимость расстояния d между телами во время полёта?

г) Через какой промежуток времени после броска расстояние между движущимися телами стало равным 10 м?

д) Объясните, почему эти тела не могут столкнуться в полёте.

2. ОТСКОК МЯЧА ОТ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Мяч свободно падает без начальной скорости с высоты h на наклонную плоскость с углом наклона α, отскакивает от неё и затем снова ударяется о плоскость (рис. 12.3).

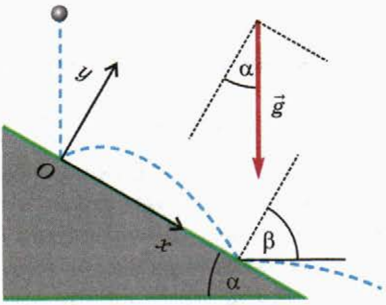


Рис. 12.3

Будем считать, что в результате столкновения мяча с плоскостью модуль скорости мяча не изменяется, а угол отражения равен углу падения[1].

Выясним:

1) чему равен промежуток времени τ между ударами?

2) чему равно расстояние d между точками ударов?

Обычно при рассмотрении ситуаций, в которых речь идёт о наклонной плоскости, удобно направить ось x вдоль наклонной плоскости вниз, а ось y — перпендикулярно наклонной плоскости вверх (см. рис. 12.3).

Обозначим $\vec{v}_0$ скорость мяча непосредственно перед первым ударом о плоскость, а $\vec{v}_1$ — скорость сразу после удара. Угол отражения мяча от наклонной плоскости после первого удара равен α, а угол отражения после второго удара мы обозначим β (мы его тоже найдём).

5. Объясните, почему зависимость проекций скорости мяча от времени между ударами задаётся уравнениями

$$v_x = v_{x1} + g_x t = (v_0 + gt)\sin\alpha,$$

$$v_y = v_{y1} + g_y t = (v_0 - gt)\cos\alpha.$$

[1] Углы падения и отражения — это углы между скоростью мяча и перпендикуляром к наклонной плоскости непосредственно перед ударом мяча о плоскость и после удара.

6. Объясните, почему зависимость координат мяча от времени между ударами задаётся уравнениями

$$x = v_{x1}t + \frac{g_x t^2}{2} = \left(v_0 + \frac{gt}{2}\right) t \sin\alpha;$$

$$y = v_{y1}t + \frac{g_y t^2}{2} = \left(v_0 - \frac{gt}{2}\right) t \cos\alpha.$$

7. Получите формулу для промежутка времени τ между первым и вторым ударами мяча о плоскость:

$$\tau = 2\frac{v_0}{g}.$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что при ударе мяча о плоскость координата мяча $y = 0$.

Итак, промежуток времени между ударами *не зависит от угла наклона плоскости* α! Он определяется только модулем скорости в момент падения мяча, то есть начальной высотой h.

8. Выразите расстояние d между точками первых двух ударов мяча о плоскость через v_0, α и g.

9. Объясните, почему расстояние между точками второго и третьего ударов мяча о плоскость равно $2d$.

10. Расстояния между точками последовательных ударов мяча о плоскость относятся, как 1 : 2 : 3 : 4... . Объясните, как получается это отношение.

Найдём соотношение между углом наклона плоскости α и углом β отражения мяча после второго удара (рис. 12.3).

Для этого надо найти проекции скорости мяча сразу после второго удара о плоскость.

11. Объясните, почему проекции скорости мяча сразу после второго удара о плоскость выражаются формулами

$$v_x = 3v_0 \sin\alpha,$$

$$v_y = v_0 \cos\alpha.$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в результате удара о плоскость проекция скорости мяча на ось x не изменяется, а проекция скорости на ось y изменяет знак, а также формулами зависимости проекций скорости мяча от времени и выражением для промежутка времени τ между двумя ударами.

12. Обоснуйте формулу

$$\operatorname{tg}\beta = 3\operatorname{tg}\alpha.$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что сразу после второго удара

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_x}{v_y}.$$

13. Чему равен угол наклона плоскости α, если сразу после второго удара скорость мяча направлена горизонтально?

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что в таком случае $\alpha + \beta = 90°$, поэтому $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ[1]

14. С высоты 20 м одновременно бросили горизонтально в противоположных направлениях два камешка. Начальная скорость первого 10 м/с, а второго — 20 м/с. Чему будет равно расстояние между камешками через 1 с; 2 с; 3 с?

15. Лежащий на земле футбольный мяч после удара приобрёл скорость 10 м/с под углом 45° к горизонту и ударился о вертикальную стену, находящуюся на расстоянии 3 м от начальной точки. Траектория мяча лежит в плоскости, перпендикулярной стене. Считайте, что при ударе о стену горизонтальная проекция скорости мяча изменила знак, а модуль скорости не изменился.

а) В какой момент произошёл удар мяча о стену: при его подъёме или при спуске?

б) На какой высоте мяч ударился о стену?

в) Чему была равна скорость мяча при ударе?

г) На каком расстоянии от стены упал бы мяч, если бы он пролетел сквозь стену, не изменив скорости?

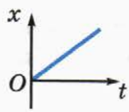
д) На каком расстоянии от стены упал мяч после удара?

[1] В задачах этого параграфа предполагается, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

ГЛАВНОЕ В ЭТОЙ ГЛАВЕ

Прямолинейное равномерное движение

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} \Rightarrow v_x = \frac{x}{t}$$



Сложение скоростей

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2$$

Переход в другую систему отсчёта

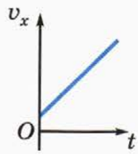
$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

Прямолинейное равноускоренное движение

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$



$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

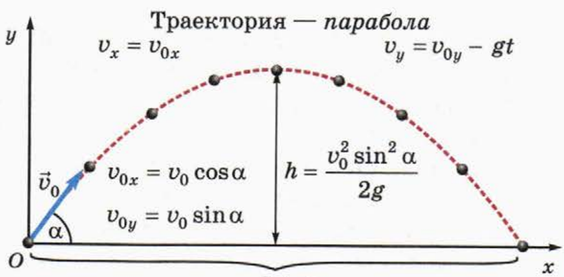
Свободное падение

$$g = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Траектория — *парабола*

$$v_x = v_{0x} \qquad v_y = v_{0y} - gt$$



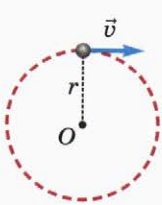
$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

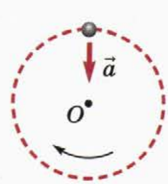
Равномерное движение по окружности



$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

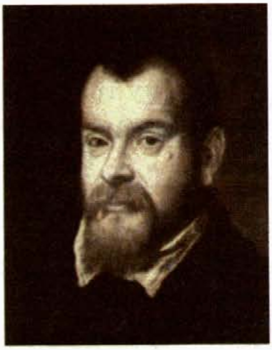


Глава **2** **ДИНАМИКА**

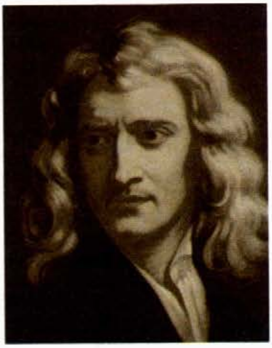
§ 13 ТРИ ЗАКОНА НЬЮТОНА

Раздел механики, в котором изучают, как взаимодействие тел влияет на их движение, называют *динамикой*.

Основные законы динамики открыли итальянский учёный Галилео Галилей и английский учёный Исаак Ньютон. Вы изучали эти законы в курсе физики основной школы. Напомним их.



Галилео Галилей
(1564–1642)



Исаак Ньютон
(1643–1727)

1. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА (ЗАКОН ИНЕРЦИИ)

Повторим один из опытов, которые поставил итальянский учёный Галилео Галилей.

Поставим опыт

Будем скатывать шар по наклонной плоскости и наблюдать за его дальнейшим движением по горизонтальной поверхности.

Если она посыпана песком, шар остановится очень скоро (рис. 13.1, *а*).

Если она покрыта тканью, шар катится значительно дольше (рис. 13.1, *б*).

А вот по стеклу шар катится очень долго (рис. 13.1, *в*).

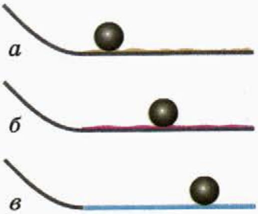


Рис. 13.1

На основании этого и подобных опытов Галилей открыл *закон инерции*: *если на тело не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы, то тело движется равномерно и прямолинейно или покоится.*

Сохранение скорости тела, когда на него не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы, называют *явлением инерции*.

1. Почему при встряхивании мокрого зонта с него слетают капли воды?

Особенно красиво смотрится явление инерции в фигурном катании (рис. 13.2).

Закон инерции называют также *первым законом Ньютона*, потому что Ньютон включил его в качестве первого закона в систему трёх законов динамики, которые называют «тремя законами Ньютона».

Рис. 13.2

Инерциальные системы отсчёта

Закон инерции выполняется с хорошей точностью в системе отсчёта, связанной с Землёй. Но он не выполняется, например, в системе отсчёта, связанной с тормозящим автобусом: при резком торможении пассажиры отклоняются вперёд, хотя на них не действуют направленные вперёд силы.

Системы отсчёта, в которых выполняется закон инерции, называют *инерциальными*.

Инерциальных систем отсчёта *бесконечно много*. Ведь если некоторая система отсчёта является инерциальной, то инерциальной будет любая другая система отсчёта, движущаяся относительно неё прямолинейно и равномерно.

Сформулируем теперь *первый закон Ньютона* с указанием систем отсчёта, в которых он выполняется.

Существуют системы отсчёта (называемые инерциальными), относительно которых тела сохраняют свою скорость неизменной, если на них не действуют другие тела или действия других тел скомпенсированы.

Изучать влияние взаимодействия тел на их движение удобнее всего именно в *инерциальных* системах отсчёта, потому что в этих системах отсчёта *изменение скорости тела обусловлено только действием других тел на это тело*.

Принцип относительности Галилея

Как показывает опыт, *во всех инерциальных системах отсчёта все механические явления протекают одинаково при одинаковых начальных условиях*.

Это утверждение называют *принципом относительности Галилея*.

В справедливости принципа относительности Галилея легко убедиться, сидя в поезде, который плавно движется с постоянной скоростью. В таком случае все опыты с механическими явлениями, поставленные *в вагоне*, дадут одинаковые результаты *независимо от того, едет поезд или стоит*: например, лежащее на столе яблоко будет покоиться, а свободно падающие предметы будут падать вертикально вниз (*относительно вагона*!).

Поэтому пассажир может определить, едет поезд или стоит на станции, только посмотрев в окно (рис. 13.3).

Рис. 13.3

2. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Равнодействующая

Как вы уже знаете из курса физики основной школы, силы — *векторные* величины: каждая сила характеризуется числовым значением (*модулем*) и *направлением*. Силы измеряют с помощью *динамометров*. Единицей силы в СИ является 1 *ньютон* (Н). Определение ньютона мы дадим позже.

Если на тело, которое можно считать материальной точкой, действуют несколько сил, то их можно заменить *одной* силой, которая является *векторной суммой этих сил*. Её называют *равнодействующей*.

На рисунке 13.4 показано, как найти равнодействующую двух сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1)$$

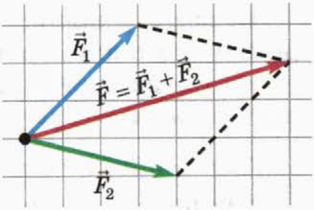


Рис. 13.4

2. К телу приложены две силы, равные по модулю 1 Н и 2 Н. Отвечая на следующие вопросы, сделайте пояснительные чертежи.

а) Какое наименьшее значение может принимать равнодействующая этих сил? Как направлены силы в этом случае?

б) Какое наибольшее значение может быть у равнодействующей этих сил? Как направлены силы в этом случае?

в) Может ли равнодействующая этих сил быть равной 2 Н?

3. К телу приложены две силы, равные по модулю 3 Н и 4 Н. Может ли их равнодействующая быть равной 5 Н? Если да, то чему в этом случае равен угол между приложенными силами?

4. К телу приложены три равные по модулю силы по 1 Н каждая. Как они должны быть направлены, чтобы:

а) равнодействующая была равна 1 Н?

б) равнодействующая была равна нулю?

в) равнодействующая была равна 2 Н?

Масса тела

В курсе физики основной школы рассказывалось также об опытах, которые доказывают, что *под действием постоянной силы тело движется с постоянным ускорением*.

Коэффициент пропорциональности между силой и ускорением характеризует инертные свойства тела и называется *массой* тела. Чем больше масса тела, тем бóльшую силу надо приложить к телу, чтобы сообщить ему то же ускорение.

Единицей массы в СИ является 1 *килограмм* (кг). Это масса эталона, хранящегося в Международном бюро мер и весов (Франция). Приближённо можно считать, что одному килограмму равна масса 1 л воды.

Обозначают массу буквой m.

Второй закон Ньютона

Соотношение между равнодействующей всех сил, приложенных к телу, массой тела и его ускорением Ньютон сформулировал как *второй* из трёх основных законов механики.

Равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна произведению массы тела на его ускорение:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \qquad (2)$$

В инерциальной системе отсчёта сила является причиной ускорения, поэтому второй закон Ньютона часто записывают так:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (3)$$

Итак, *приобретаемое телом ускорение прямо пропорционально равнодействующей приложенных к телу сил, одинаково с ней направлено и обратно пропорционально массе тела.*

Заметим, что *второй закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчёта*. Напомним: в этих системах отсчёта ускорение тела обусловлено только действием на него других тел.

Единицу силы в СИ определяют на основе второго закона Ньютона: сила в 1 ньютон сообщает телу массой 1 кг ускорение 1 м/с^2. Поэтому 1 Н = 1 кг · м/с^2.

Сила тяжести

Как вы уже знаете, под действием притяжения Земли все тела падают с *одинаковым* ускорением — ускорением свободного падения $\vec{g}$. Силу притяжения, действующую на тело со стороны Земли, называют *силой тяжести* и обозначают $\vec{F}_т$.

Когда тело свободно падает, на него действует только сила тяжести, поэтому она и является равнодействующей всех приложенных к телу сил. При этом тело движется с ускорением $\vec{g}$, поэтому из второго закона Ньютона получаем:

$$\vec{F}_т = m\vec{g}. \tag{4}$$

5. С какой силой Земля притягивает:

а) килограммовую гирю?
б) человека массой 60 кг?

Сила, скорость и ускорение — кто «третий лишний»?

Неочевидное следствие второго закона Ньютона состоит в том, что он утверждает: *направление ускорения тела совпадает с направлением равнодействующей приложенных телу сил.* Скорость же тела может быть при этом направлена *как угодно*!

Поставим опыт

Бросим шарик вниз, затем — вверх, а потом — под углом к горизонту (рис. 13.5).

На шарик во время *всего* движения действует только направленная *вниз* сила тяжести. Однако в первом случае (*а*) скорость шарика *совпадает* по направлению с этой силой, во втором случае (*б*) — скорость вначале *противоположна* силе тяжести, а в третьем (*в*) — скорость направлена *под* *углом* к силе тяжести (например, в верхней точке траектории скорость перпендикулярна силе тяжести).

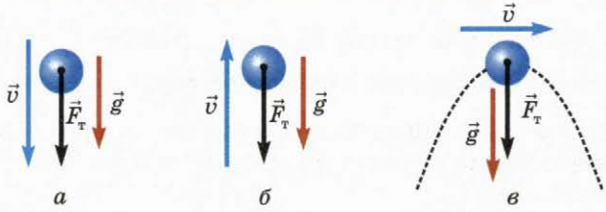


Рис. 13.5

6. Тело равномерно движется по окружности. Чему равен угол между скоростью тела и равнодействующей?

7. Чему равен угол между скоростью автомобиля и равнодействующей приложенных к нему сил, когда автомобиль:

а) разгоняется на прямой дороге?
б) тормозит на прямой дороге?
в) движется равномерно по дуге окружности?

3. ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Поставим опыт

Предложим первокласснику и десятикласснику посоревноваться в перетягивании каната, стоя на скейтбордах: тогда трением между колёсами и полом можно пренебречь (схема опыта показана на рисунке 13.6).

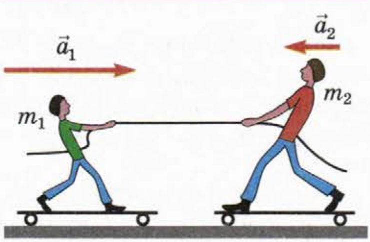


Рис. 13.6

Мы увидим, что *оба* соперника движутся *с ускорением*. Значит, на *каждого* из них действует сила со стороны другого. Ускорения соперников направлены *противоположно*, причём *ускорение первоклассника намного больше ускорения десятиклассника*.

Точные опыты, подобные описанному выше, показывают, что модули ускорений обратно пропорциональны массам тел:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Поскольку ускорения направлены противоположно,

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \qquad (5)$$

Согласно второму закону Ньютона $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1$ и $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2$, где $\vec{F}_1$ — сила, действующая на первое тело со стороны второго, а $\vec{F}_2$ — сила, действующая на второе тело со стороны первого.

Из соотношения (5) следует, что $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Это и есть *третий закон Ньютона*.

Тела взаимодействуют друг с другом с силами, равными по модулю и противоположными по направлению.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \qquad (6)$$

Свойства сил, с которыми тела взаимодействуют друг с другом:

— эти силы обусловлены одним и тем же взаимодействием и поэтому имеют *одну и ту же физическую природу*;

— эти силы направлены *вдоль одной прямой*;

— эти силы приложены к разным телам и поэтому *не могут уравновешивать друг друга*.

Примеры проявления третьего закона Ньютона

Когда камень падает на Землю, на него действует сила тяжести $\vec{F}_1$ со стороны Земли, а на Землю — сила $\vec{F}_2$ притяжения со стороны камня (рис. 13.7, для наглядности масштаб не соблюдён). *Обе* эти силы относятся к *силам всемирного тяготения*.

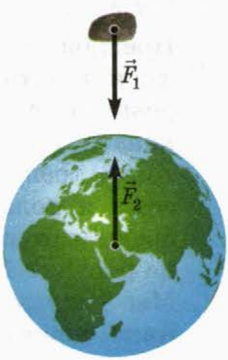


Рис. 13.7

8. Согласно третьему закону Ньютона $F_1 = F_2$. Почему же ускорение камня заметно, а ускорение Земли — нет?

Когда камень лежит на Земле, на него кроме силы тяжести, которую будем обозначать теперь $\vec{F}_т$, действует ещё направленная вверх сила давления $\vec{N}$ со стороны опоры[1] (рис. 13.8, *а*). Она направлена *перпендикулярно* поверхности опоры, поэтому её называют *силой нормальной реакции* (перпендикуляр называют часто *нормалью*).

[1] Когда тело можно считать материальной точкой, все действующие на него силы желательно изображать на чертежах приложенными в одной точке.

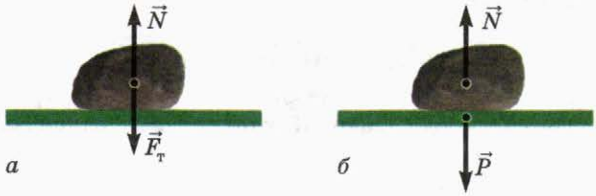


Рис. 13.8

Когда камень покоится, его ускорение равно нулю. Значит, согласно второму закону Ньютона равнодействующая приложенных к камню сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_т$ равна нулю (будем говорить, что в таком случае силы *уравновешивают* друг друга):

$$\vec{N} + \vec{F}_т = 0. \qquad (7)$$

Отсюда следует:

$$\vec{N} = -\vec{F}_т. \qquad (8)$$

Опора давит на камень силой $\vec{N}$, направленной *вверх*, а камень, по третьему закону Ньютона, давит на опору силой $\vec{P}$, направленной *вниз* (рис. 13.8, *б*). Обе эти силы — *силы упругости*.

Силу, с которой тело вследствие действия на него силы тяжести давит на горизонтальную опору или растягивает вертикальный подвес, называют *весом* тела.

Итак, $\vec{P}$ — это *вес* камня. По третьему закону Ньютона

$$\vec{P} = -\vec{N}. \qquad (9)$$

Из формул (8) и (9) следует:

$$\vec{P} = \vec{F}_т. \qquad (10)$$

Итак, *вес покоящегося тела равен действующей на это тело силе тяжести*. Однако несмотря на это *вес и сила тяжести существенно отличаются друг от друга*:

— эти силы *приложены к разным телам*: вес действует на опору или подвес, а сила тяжести — на само тело;

— эти силы *имеют разную физическую природу*: вес — это сила упругости, а сила тяжести — проявление сил всемирного тяготения.

Кроме того, как мы увидим несколько позже (§ 16), вес может быть не равен силе тяжести и даже быть равным нулю.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

9. Ускорение тела в некоторой инерциальной системе отсчёта равно 3 м/с^2 и направлено вдоль оси x. Чему равно ускорение этого тела в инерциальной системе отсчёта, движущейся относительно заданной со скоростью 4 м/с, направленной вдоль оси y? Есть ли здесь лишние данные?

10. Брусок массой 0,5 кг соскальзывает с наклонной плоскости с углом наклона 30°. Скорость бруска увеличивается. Ускорение бруска равно 2 м/с^2. Изобразите на чертеже *равнодействующую* приложенных к бруску сил. Чему она равна? Есть ли в задаче лишние данные?

11. Зависимость координаты x автомобиля от времени выражается в единицах СИ формулой $x = 20 - 10t + t^2$. Ось x направлена вдоль дороги, масса автомобиля 1 т.

а) Чему равна равнодействующая приложенных к автомобилю сил?

б) Как она направлена в начальный момент — в направлении скорости автомобиля или противоположно ей?

12. Автомобиль массой 1 т едет со скоростью 72 км/ч по выпуклому мосту, имеющему форму дуги окружности радиусом 50 м. Сделайте чертёж и ответьте на вопросы.

а) Чему равна и как направлена равнодействующая сил, приложенных к автомобилю в верхней точке моста?

б) Какие силы действуют на автомобиль в этой точке? Как они направлены и чему они равны?

в) Во сколько раз вес автомобиля в верхней точке моста меньше действующей на автомобиль силы тяжести?

§ 14. ВСЕМИРНОЕ ТЯГОТЕНИЕ

1. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Вы уже знаете, что между всеми телами действуют силы притяжения, называемые *силами всемирного тяготения.*

Их действие проявляется, например, в том, что тела падают на Землю, Луна вращается вокруг Земли, а планеты вращаются вокруг Солнца. Если бы силы тяготения исчезли, Земля улетела бы от Солнца (рис. 14.1).

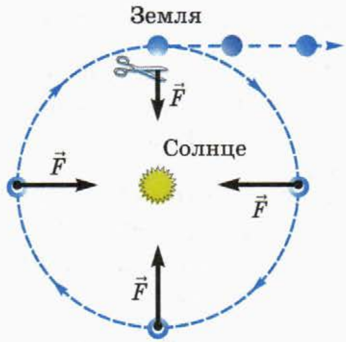


Рис. 14.1

Закон всемирного тяготения сформулировал во второй половине 17-го века Исаак Ньютон.

Две материальные точки массой m_1 и m_2, находящиеся на расстоянии R, притягиваются с силами, прямо пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Модуль каждой силы

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}. \qquad (1)$$

Коэффициент пропорциональности G называют *гравитационной*[1] *постоянной*. Измерения показали, что

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2. \qquad (2)$$

Закон всемирного тяготения раскрывает ещё одно важное свойство массы тела: она является мерой не только инертности тела, но и его гравитационных свойств.

? **1.** Чему равны силы притяжения двух материальных точек массой 1 кг каждая, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга? Во сколько раз эта сила больше или меньше веса комара, масса которого 2,5 мг?

Столь малое значение гравитационной постоянной объясняет, почему мы не замечаем гравитационного притяжения между окружающими нас предметами.

[1] От латинского «гравитас» — тяжесть.

2. Оцените силы гравитационного притяжения двух человек, находящихся на расстоянии 10 м друг от друга.

Силы тяготения заметно проявляют себя только тогда, когда хотя бы одно из взаимодействующих тел имеет *огромную* массу — например, является звездой или планетой.

3. Как изменится сила притяжения между двумя материальными точками, если расстояние между ними увеличить в 3 раза?

4. Две материальные точки массой m каждая притягиваются с силой F. С какой силой притягиваются материальные точки массой $2m$ и $3m$, находящиеся на таком же расстоянии?

2. ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТ ВОКРУГ СОЛНЦА

Расстояние от Солнца до любой планеты во много раз больше размеров Солнца и планеты. Поэтому при рассмотрении движения планет их можно считать материальными точками. Следовательно, сила притяжения планеты к Солнцу

$$F = G\frac{M_C m}{R^2}, \qquad (3)$$

где m — масса планеты, M_C — масса Солнца, R — расстояние от Солнца до планеты.

Будем считать, что планета движется вокруг Солнца равномерно по окружности. Тогда скорость движения планеты можно найти, если учесть, что ускорение планеты $a = \frac{v^2}{R}$ обусловлено действием силы F притяжения Солнца и тем, что согласно второму закону Ньютона $F = ma$.

5. Докажите, что *скорость планеты*

$$v = \sqrt{\frac{GM_C}{R}}. \qquad (4)$$

Из этой формулы следует, что *чем больше радиус орбиты, тем меньше скорость планеты.*

6. Радиус орбиты Сатурна примерно в 9 раз больше радиуса орбиты Земли. Найдите устно, чему примерно равна скорость Сатурна, если Земля движется по своей орбите со скоростью 30 км/с?

За время, равное одному периоду обращения T, планета, двигаясь со скоростью v, проходит путь, равный длине окружности радиуса R.

7. Докажите, что период обращения планеты

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_C}}. \quad (5)$$

Из этой формулы следует, что *чем больше радиус орбиты, тем больше период обращения планеты.*

8. Оцените период обращения Сатурна (в земных годах).

9. Докажите, что для *всех* планет Солнечной системы

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{GM_C}{4\pi^2}. \quad (6)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (5).

Из формулы (6) следует, что *для всех планет Солнечной системы отношение куба радиуса орбиты к квадрату периода обращения одинаково.* Эту закономерность (её называют *третьим законом Кеплера*) обнаружил немецкий учёный Иоганн Кеплер на основании результатов многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге.

3. УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЗАКОНА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Ньютон доказал, что формулу

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

для силы притяжения двух материальных точек можно применять также:

— для *однородных шаров и сфер* (R — расстояние между *центрами* шаров или сфер, рис. 14.2, *а*);

— для *однородного шара* (*сферы*) *и материальной точки* (R — расстояние от центра шара (сферы) до материальной точки, рис. 14.2, *б*).

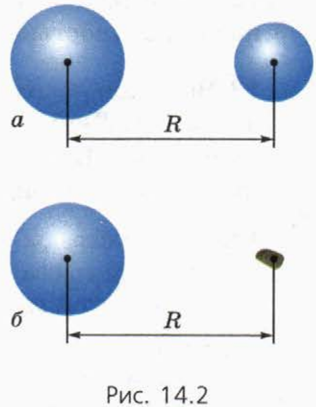


Рис. 14.2

4. СИЛА ТЯЖЕСТИ И ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Второе из приведённых выше условий означает, что по формуле (1) можно найти силу притяжения тела *любой* формы к однородному шару, который намного больше этого тела. Поэтому по формуле (1) можно рассчитать силу притяжения к Земле[1] тела, находящегося на её поверхности (рис. 14.3, *а*). Мы получим выражение для силы тяжести:

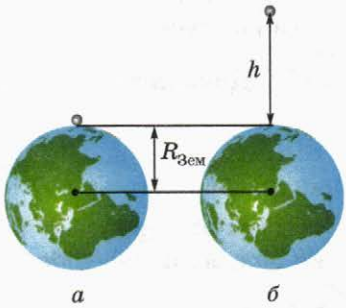


Рис. 14.3

$$F_т = G\frac{M_{Зем}m}{R^2_{Зем}}. \quad (7)$$

10. Докажите, что вблизи поверхности Земли

$$g = G\frac{M_{Зем}}{R^2_{Зем}}, \quad (8)$$

где $M_{Зем}$ — масса Земли, $R_{Зем}$ — её радиус.

Подсказка. Используйте формулу (7) и то, что $F_т = mg$.

Пользуясь формулой (1), можно найти ускорение свободного падения на высоте h над поверхностью Земли (рис. 14.3, *б*).

11. Докажите, что

$$g(h) = G\frac{M_{Зем}}{(R_{Зем} + h)^2}. \quad (9)$$

12. Чему равно ускорение свободного падения на высоте над поверхностью Земли, равной её радиусу?

13. Во сколько раз ускорение свободного падения на поверхности Луны меньше, чем на поверхности Земли?

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (8), в которой массу и радиус Земли замените на массу и радиус Луны.

14. Радиус звезды белый карлик может быть равен радиусу Земли, а её масса — равной массе Солнца. Чему равен вес килограммовой гири на поверхности такого «карлика»?

[1] Земля не является однородным шаром, но её можно считать *сферически симметричной*. Этого достаточно для возможности применения формулы (1).

5. ПЕРВАЯ КОСМИЧЕСКАЯ СКОРОСТЬ

Представим себе, что на очень высокой горе установили огромную пушку и стреляют из неё в горизонтальном направлении (рис. 14.4).

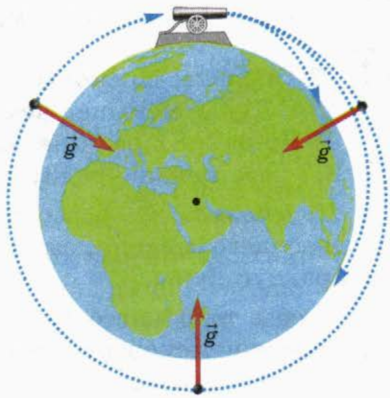


Рис. 14.4

Чем больше начальная скорость снаряда, тем дальше он упадёт. Он не упадёт *вообще*, если подобрать его начальную скорость так, чтобы он двигался вокруг Земли по *окружности*. Летя по круговой орбите, снаряд станет тогда *искусственным спутником* Земли.

Пусть наш снаряд-спутник движется по низкой околоземной орбите (так называют орбиту, радиус которой можно принять равным радиусу Земли $R_{\text{Зем}}$).

При равномерном движении по окружности спутник движется с центростремительным ускорением $a = \dfrac{v^2}{R_{\text{Зем}}}$, где v — скорость спутника. Это ускорение обусловлено действием силы тяжести. Следовательно, *спутник движется с ускорением свободного падения, направленным к центру Земли* (рис. 14.4). Поэтому $a = g$.

15. Докажите, что при движении по низкой околоземной орбите скорость спутника

$$v_{\text{I}} = \sqrt{R_{\text{Зем}}g} \approx 8\ \text{км/с}. \qquad (10)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулой $a = \dfrac{v^2}{r}$ для центростремительного ускорения и тем, что при движении по орбите радиуса $R_{\text{Зем}}$ ускорение спутника равно ускорению свободного падения.

Скорость v_{I}, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно двигалось под действием силы тяжести по круговой орбите вблизи поверхности Земли, называют *первой космической скоростью*. Она примерно равна 8 км/с.

16. Выразите первую космическую скорость через гравитационную постоянную, массу и радиус Земли.

17. Оцените, во сколько раз первая космическая скорость для Луны меньше, чем для Земли. Примите, что масса Луны в 81 раз меньше массы Земли, а радиус Луны в 3,7 раза меньше радиуса Земли.

Подсказка. В формуле, полученной при выполнении предыдущего задания, замените массу и радиус Земли на массу и радиус Луны.

Чтобы тело навсегда покинуло окрестности Земли, ему надо сообщить скорость, равную примерно 11,2 км/с. Её называют *второй* космической скоростью.

6. КАК ИЗМЕРИЛИ ГРАВИТАЦИОННУЮ ПОСТОЯННУЮ

Если считать известными ускорение свободного падения g вблизи поверхности Земли, массу и радиус Земли, то значение гравитационной постоянной G можно легко определить с помощью формулы (7). Проблема, однако, в том, что до конца 18-го века массу Земли измерить не удавалось.

Поэтому, чтобы найти значение гравитационной постоянной G, надо было измерить силу притяжения двух тел известной массы, находящихся на определённом расстоянии друг от друга. В конце 18-го века такой опыт смог поставить английский учёный Генри Кавендиш.

Он подвесил на тонкой упругой нити лёгкий горизонтальный стержень с небольшими металлическими шарами a и b и по углу поворота нити измерил силы притяжения, действующие на эти шары со стороны больших металлических шаров A и B (рис. 14.5). Малые углы поворота нити учёный измерял по смещению «зайчика» от прикреплённого к нити зеркальца.

Этот опыт Кавендиша образно назвали «взвешиванием Земли», потому что этот опыт впервые позволил измерить массу Земли.

18. Выразите массу Земли через G, g и $R_{Зем}$.

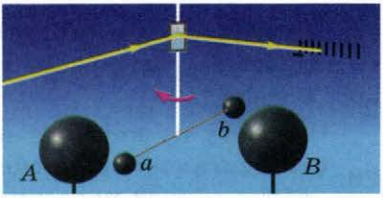


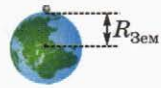
Рис. 14.5

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Закон всемирного тяготения

Для материальных точек $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$ $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$

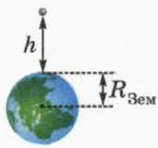
Условия применимости



$g = G\frac{M_{\text{Зем}}}{R^2_{\text{Зем}}}$

Первая космическая скорость

$v_{\text{I}} = \sqrt{R_{\text{Зем}}g} \approx 8$ км/с



$g(h) = G\frac{M_{\text{Зем}}}{(R_{\text{Зем}} + h)^2}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

19. Два корабля массой 6000 т каждый притягиваются с силами по 2 мН. Каково расстояние между кораблями?

20. С какой силой Солнце притягивает Землю?

21. С какой силой человек массой 60 кг притягивает Солнце?

22. Чему равно ускорение свободного падения на расстоянии от поверхности Земли, равном её диаметру?

23. Во сколько раз ускорение Луны, обусловленное притяжением Земли, меньше ускорения свободного падения на поверхности Земли?

24. Ускорение свободного падения на поверхности Марса в 2,65 раз меньше ускорения свободного падения на поверхности Земли. Радиус Марса приближённо равен 3400 км. Во сколько раз масса Марса меньше массы Земли?

25. Чему равен период обращения искусственного спутника Земли на низкой околоземной орбите?

26. Чему равна первая космическая скорость для Марса? Масса Марса $6{,}4\cdot 10^{23}$ кг, а радиус 3400 км.

§ 15. СИЛЫ УПРУГОСТИ

1. ПРОЯВЛЕНИЕ СИЛ УПРУГОСТИ И ИХ ПРИРОДА

Как вы уже знаете из курса физики основной школы, силы упругости связаны с *деформацией* тел, то есть изменением их *формы* и (или) *размеров*.

Связанная с силами упругости деформация тел не всегда заметна (подробнее мы остановимся на этом ниже). По этой причине свойства сил упругости изучают обычно, используя для наглядности пружины: их деформация хорошо видна на глаз.

Поставим опыт

Подвесим к пружине[1] груз (рис. 15.1, *а*). Пружина растянется, то есть *деформируется*. На подвешенный груз действуют сила тяжести $\vec{F}_\text{т}$ и приложенная со стороны *растянутой* пружины *сила упругости* $\vec{F}_\text{упр}$ (рис. 15.1, *б*). Она вызвана деформацией пружины.

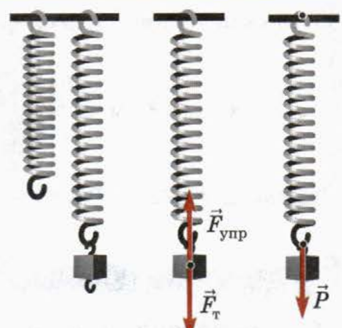


Рис. 15.1

Согласно третьему закону Ньютона на пружину со стороны груза действует такая же по модулю, но противоположно направленная сила $\vec{P}$ (рис. 15.1, *в*). Эта сила — *вес* груза: ведь это сила, с которой тело растягивает вертикальный подвес (пружину).

Силы $\vec{F}_\text{упр}$ и $\vec{P}$, с которыми груз и пружина взаимодействуют друг с другом, связаны третьим законом Ньютона и поэтому имеют *одинаковую* физическую природу. Следовательно, *вес — это тоже сила упругости*[2]. Действуя на пружину, вес груза растягивает её, то есть является причиной её деформации[3].

[1] Будем считать, что массой пружины можно пренебречь.

[2] Действующая на пружину со стороны груза сила упругости (вес груза) обусловлена деформацией груза. Эта деформация незаметна, если грузом является гиря или брусок. Чтобы деформация груза стала тоже заметной, можно в качестве груза взять массивную пружину: мы увидим, что она растянется.

[3] Во избежание недоразумений подчеркнём ещё раз, что пружину, к которой подвешен груз, растягивает не *приложенная к грузу* сила тяжести груза, а *приложенная к пружине* со стороны груза сила упругости (вес груза).

На этом примере мы видим, что силы упругости являются и следствием, и причиной упругой деформации тел:

— если тело деформировано, то *со стороны этого тела* действуют силы упругости (например, сила $\vec{F}_{упр}$ на рисунке 15.1, *б*);

— если *к телу* приложены силы упругости (например, сила $\vec{P}$ на рисунке 15.1, в), то это тело деформируется.

1. Какие из изображённых на рисунке 15.1 сил

а) уравновешивают друг друга, если груз покоится?

б) имеют одинаковую физическую природу?

в) связаны третьим законом Ньютона?

г) перестанут быть равными по модулю, если груз будет двигаться с ускорением, направленным вверх или вниз?

Всегда ли деформация тела заметна? Как мы уже говорили, «коварная» особенность сил упругости состоит в том, что связанная с ними деформация тел далеко не всегда заметна.

Поставим опыт

Деформация стола, обусловленная весом лежащего на нём яблока, незаметна на глаз (рис. 15.2).

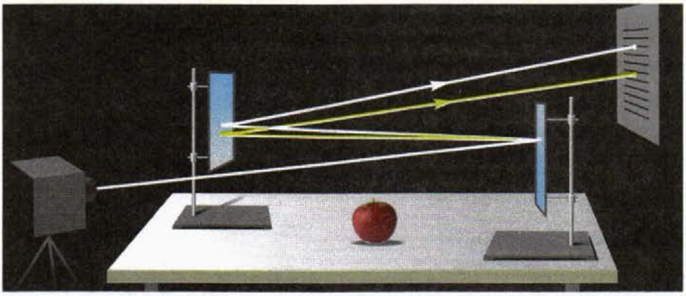


Рис. 15.2

И тем не менее она *есть*: только благодаря силе упругости, возникшей вследствие деформации стола, он удерживает яблоко! Деформацию стола можно обнаружить с помощью остроумного опыта. На рисунке 15.2 белые линии схематически обозначают ход луча света, когда яблока на столе нет, а жёлтые линии — ход луча света, когда яблоко лежит на столе.

2. Рассмотрите рисунок 15.2 и объясните, благодаря чему деформацию стола удалось сделать заметной.

Некоторая опасность состоит в том, что, не заметив деформации, можно не заметить и связанной с ней силы упругости!

Так, в условиях некоторых задач фигурирует «нерастяжимая нить». Под этими словами подразумевают, что можно пренебречь только *величиной деформации* нити (увеличением её длины), но *нельзя пренебрегать силами упругости*, приложенными к нити или действующими со стороны нити. На самом деле «абсолютно нерастяжимых нитей» нет: точные измерения показывают, что любая нить хоть немного, но растягивается.

Например, если в описанном выше опыте с грузом, подвешенным к пружине (см. рис. 15.1), заменить пружину «нерастяжимой нитью», то под весом груза нить *растянется*, хотя её деформация и будет незаметной. А следовательно, *будут присутствовать и все рассмотренные силы упругости*. Роль силы упругости пружины будет играть *сила натяжения нити*, направленная *вдоль нити*.

3. Сделайте чертежи, соответствующие рисунку 15.1 (*а*, *б*, *в*), заменив пружину нерастяжимой нитью. Обозначьте на чертежах силы, действующие на нить и на груз.

4. Два человека тянут в противоположные стороны верёвку с силой 100 Н каждый.

а) Чему равна сила натяжения верёвки?

б) Изменится ли сила натяжения верёвки, если один её конец привязать к дереву, а за другой конец тянуть с силой 100 Н?

Природа сил упругости

Силы упругости обусловлены силами взаимодействия частиц, из которых состоит тело (молекул или атомов). Когда тело деформируют (изменяют его размеры или форму), расстояния между частицами изменяются. Вследствие этого между частицами возникают силы, стремящиеся вернуть тело в недеформированное состояние. Это и есть силы упругости.

2. ЗАКОН ГУКА

Поставим опыт

Будем подвешивать к пружине одинаковые гирьки. Мы заметим, что *удлинение пружины пропорционально числу гирек* (рис. 15.3).

Это означает, что *деформация пружины прямо пропорциональна силе упругости.*

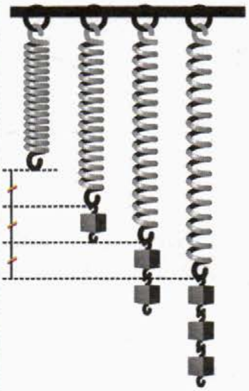


Рис. 15.3

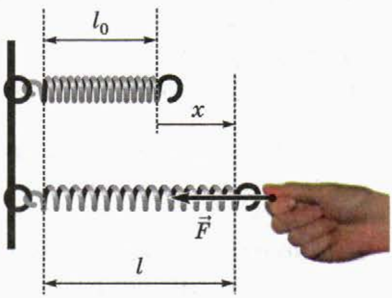


Рис. 15.4

Обозначим *деформацию* (удлинение) пружины

$$x = l - l_0, \qquad (1)$$

где l — длина деформированной пружины, а l_0 — длина недеформированной пружины (рис. 15.4).

Когда пружина растянута, $x > 0$, а проекция действующей со стороны пружины силы упругости $F_x < 0$. Следовательно,

$$F_x = -kx. \qquad (2)$$

Знак «минус» в этой формуле напоминает, что приложенная со стороны деформированного тела сила упругости направлена противоположно деформации этого тела: растянутая пружина стремится сжаться, а сжатая — растянуться.

Коэффициент k называют *жёсткостью пружины.* Жёсткость зависит от материала пружины, её размеров и формы. Единица жёсткости 1 Н/м.

Соотношение (2) называют *законом Гука* в честь английского физика Роберта Гука, открывшего эту закономерность. Закон Гука справедлив при не слишком большой деформации (величина допустимой деформации зависит от материала, из которого изготовлено тело).

Формула (2) показывает, что модуль силы упругости F связан с модулем деформации x соотношением

$$F = kx. \qquad (3)$$

Из этой формулы следует, что график зависимости $F(x)$ — отрезок прямой, проходящий через начало координат.

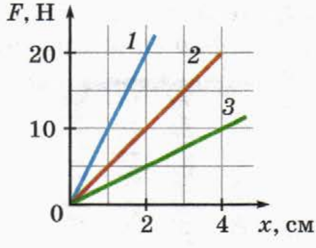


Рис. 15.5

5. На рисунке 15.5 приведены графики зависимости модуля силы упругости от модуля деформации для трёх пружин.

а) У какой пружины наибольшая жёсткость?

б) Чему равна жёсткость самой мягкой пружины?

6. Груз какой массы надо подвесить к пружине жёсткостью 500 Н/м, чтобы удлинение пружины стало равным 3 см?

Важно отличать *удлинение* пружины x от её *длины* l. Различие между ними показывает формула (1).

7. Когда к пружине подвешен груз массой 2 кг, её *длина* равна 14 см, а когда подвешен груз массой 4 кг, длина пружины равна 16 см.

а) Чему равна жёсткость пружины?

б) Чему равна длина недеформированной пружины?

3. СОЕДИНЕНИЕ ПРУЖИН

Последовательное соединение

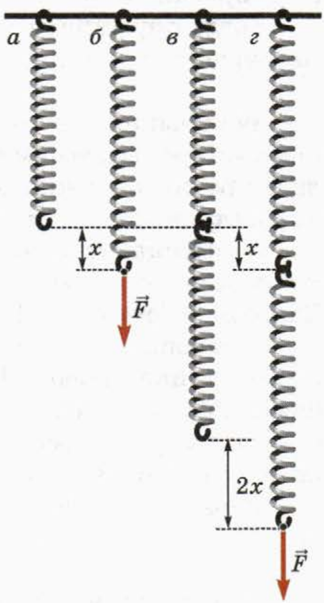


Рис. 15.6

Возьмём одну пружину жёсткостью k (рис. 15.6, *а*). Если растягивать её силой $\vec{F}$ (рис. 15.6, *б*), её удлинение выражается формулой

$$x = \frac{F}{k}.$$

Возьмём теперь вторую такую же пружину и соединим пружины, как показано на рисунке 15.6, *в*. В таком случае говорят, что пружины соединены *последовательно*.

Найдём жёсткость $k_{посл}$ системы из двух последовательно соединённых пружин.

Если растягивать систему пружин силой $\vec{F}$, то сила упругости *каждой* пружины будет равна по модулю F. Общее же удлинение системы пружин будет равно $2x$, потому что каждая пружина удлинится на x (рис. 15.6, *г*).

Следовательно,

$$k_{посл} = \frac{F}{2x} = \frac{1}{2}\frac{F}{x} = \frac{k}{2},$$

где k — жёсткость одной пружины.

Итак, *жёсткость системы из двух одинаковых последовательно соединённых пружин в 2 раза меньше, чем жёсткость каждой из них*.

Если последовательно соединить пружины с *разной* жёсткостью, то силы упругости пружин будут одинаковы. А общее удлинение системы пружин равно сумме удлинений пружин, каждое из которых можно рассчитать с помощью закона Гука.

8. Докажите, что при последовательном соединении двух пружин

$$\frac{1}{k_{посл}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}, \qquad (4)$$

где k_1 и k_2 — жёсткости пружин.

9. Чему равна жёсткость системы двух последовательно соединенных пружин жёсткостью 200 Н/м и 50 Н/м?

В этом примере жёсткость системы двух последовательно соединённых пружин оказалась *меньше*, чем жёсткость *каждой* пружины. Всегда ли это так?

10. Докажите, что жёсткость системы двух последовательно соединённых пружин *меньше* жёсткости *любой* из пружин, образующих систему.

Параллельное соединение

На рисунке 15.7 слева изображены *параллельно* соединённые одинаковые пружины.

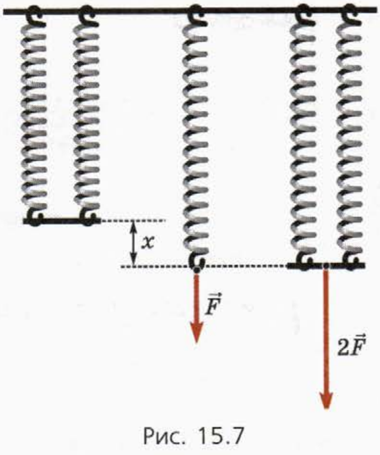


Рис. 15.7

Обозначим жёсткость одной пружины k, а жёсткость системы пружин $k_{пар}$.

11. Докажите, что $k_{пар} = 2k$.

Подсказка. См. рисунок 15.7.

Итак, ***жёсткость системы из двух одинаковых параллельно соединённых пружин в 2 раза больше жёсткости каждой из них.***

12. Докажите, что при параллельном соединении двух пружин жёсткостью k_1 и k_2

$$k_{пар} = k_1 + k_2. \quad (5)$$

Подсказка. При параллельном соединении пружин их удлинение одинаково, а сила упругости, действующая со стороны системы пружин, равна сумме их сил упругости.

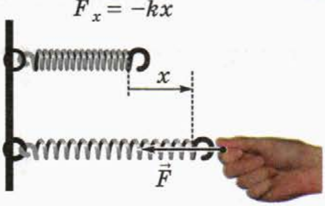
13. Две пружины жёсткостью 200 Н/м и 50 Н/м соединены параллельно. Чему равна жёсткость системы двух пружин?

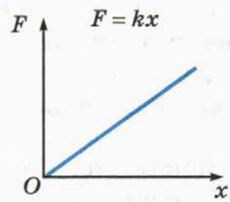
14. Докажите, что жёсткость системы двух параллельно соединённых пружин *больше* жёсткости *любой* из пружин, образующих систему.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Закон Гука

$F_x = -kx$





Соединение пружин

Последовательное

$$\frac{1}{k_{посл}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Параллельное

$$k_{пар} = k_1 + k_2$$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

15. Постройте график зависимости модуля силы упругости от удлинения для пружины жёсткостью 200 Н/м.

16. Тележку массой 500 г тянут по столу с помощью пружины жёсткостью 300 Н/м, прикладывая силу горизонтально. Трением между колёсами тележки и столом можно пренебречь. Чему равно удлинение пружины, если тележка движется с ускорением 3 м/с^2?

17. К пружине жёсткостью k подвешен груз массой m. Чему равно удлинение пружины, когда груз покоится?

18. Пружину жёсткостью k разрезали пополам. Какова жёсткость каждой из образовавшихся пружин?

19. Пружину жёсткостью k разрезали на три равные части и соединили их параллельно. Какова жёсткость образовавшейся системы пружин?

20. Докажите, что жёсткость n последовательно соединённых одинаковых пружин в n раз меньше жёсткости одной пружины.

21. Докажите, что жёсткость n параллельно соединённых одинаковых пружин в n раз больше жёсткости одной пружины.

22. Если две пружины соединить параллельно, то жёсткость системы пружин равна 500 Н/м, а если эти же пружины соединить последовательно, то жёсткость системы пружин равна 120 Н/м. Чему равна жёсткость каждой пружины?

23. Находящийся на гладком столе брусок прикреплён к вертикальным упорам пружинами жёсткостью 100 Н/м и 400 Н/м (рис. 15.8). В начальном состоянии пружины не деформированы. Чему будет равна действующая на брусок сила упругости, если его сдвинуть на 2 см вправо? на 3 см влево?

Рис. 15.8

§ 16. ВЕС И НЕВЕСОМОСТЬ

1. ВЕС ТЕЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ С УСКОРЕНИЕМ

В § 12 мы доказали, что *вес покоящегося тела равен действующей на это тело силе тяжести*. Рассмотрим теперь вес тела, движущегося с ускорением. Это ускорение телу сообщает равнодействующая силы тяжести и силы, действующей со стороны опоры (или подвеса). Поэтому, говоря далее об ускорении тела, мы должны понимать, что оно равно ускорению опоры (или подвеса).

Ускорение тела направлено вверх. Докажем, что в таком случае модуль веса тела

$$P = m(g + a), \qquad (1)$$

где m — масса тела, a — модуль ускорения тела.

Пусть тело массой m лежит на опоре, движущейся с ускорением $\vec{a}$, направленным вверх (рис. 16.1, *а*).

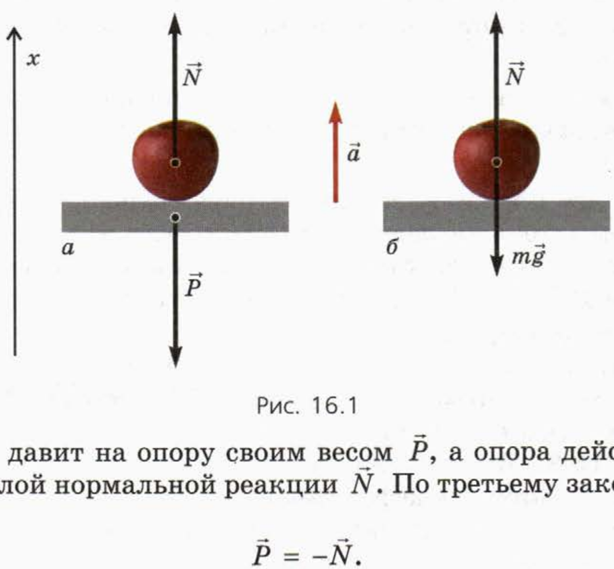


Рис. 16.1

Тело давит на опору своим весом $\vec{P}$, а опора действует на груз с силой нормальной реакции $\vec{N}$. По третьему закону Ньютона

$$\vec{P} = -\vec{N}. \qquad (2)$$

Отсюда следует, что

$$P = N. \qquad (3)$$

На тело действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ (рис. 16.1, *б*). Их равнодействующая $\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g}$ вызывает ускорение тела $\vec{a}$.

Следовательно, согласно второму закону Ньютона

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Запишем эту формулу в проекциях на направленную вверх ось x:

$$N - mg = ma.$$

Отсюда

$$N = m(g + a). \qquad (4)$$

Из формул (3) и (4) следует, что

$$P = m(g + a).$$

Доказательство завершено: мы получили формулу (1).

Обратите внимание: *если ускорение тела направлено вверх, вес груза больше действующей на него силы тяжести.*

Когда вес тела больше силы тяжести, говорят, что оно испытывает *перегрузку*. Здоровый человек без вреда выдерживает кратковременные трёхкратные перегрузки, то есть увеличение веса в три раза.

Космонавтам при старте и посадке космического корабля приходится выдерживать многократные перегрузки. Чтобы это не нанесло ущерба здоровью космонавтов, их тренируют с помощью специального аппарата — центрифуги (см. § 8).

Ускорение направлено вниз. Будем считать, что ускорение тела не превышает по модулю ускорения свободного падения.

? 1. Докажите, что в этом случае

$$P = m(g - a). \qquad (5)$$

Итак, *если ускорение тела направлено вниз, то вес тела меньше действующей на него силы тяжести.*

Из формулы (5) следует, что при $a = g$, то есть когда тело движется с ускорением свободного падения, вес тела равен нулю. Подробнее мы рассмотрим это в пункте «Невесомость».

Обратите внимание: в формулы (1) и (5) для веса тела, движущегося с ускорением, *не входит скорость тела*. Это означает, что вес тела не зависит от модуля и направления скорости тела.

Например, если ускорение тела в некоторый момент направлено вверх, то вес будет больше действующей на это тело силы тяжести независимо от того, куда направлена скорость тела: вверх, вниз, горизонтально или под углом к горизонту!

2. Через 2 с после начала движения с постоянным ускорением скорость лифта стала равной 6 м/с. В лифте на весах стоит пассажир массой 60 кг. Каковы во время разгона лифта показания весов (в кг), если лифт едет вверх? вниз?

3. Лифт, двигавшийся со скоростью 4 м/с, начал тормозить. Во время торможения с постоянным ускорением вес находящегося в лифте человека массой 50 кг был равен 400 Н.

а) Куда направлено ускорение лифта?
б) Чему равно ускорение лифта?
в) Куда ехал лифт до остановки — вверх или вниз?

4. Подвешенный на нити длиной 1 м груз массой 0,5 кг совершает колебания в вертикальной плоскости (рис. 16.2). В нижней точке скорость груза равна 2 м/с.

а) Как направлено в нижней точке ускорение груза?
б) Чему равно ускорение груза в нижней точке?
в) Чему равна сила натяжения нити в нижней точке?

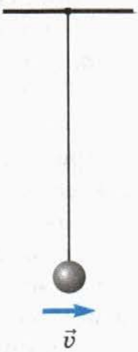


Рис. 16.2

5. Автомобиль массой 1 т едет по выпуклому мосту, имеющему форму дуги окружности радиусом 40 м. Какой должна быть скорость автомобиля в верхней точке моста, чтобы в этой точке:

а) вес автомобиля был равен 2 кН?
б) автомобиль не давил на мост?

6. К пружине жёсткостью 400 Н/м подвешивают груз массой 200 г, в результате чего пружина растягивается. Какова кратность перегрузки для груза в момент, когда удлинение пружины равно 2 см?

2. НЕВЕСОМОСТЬ

В предыдущем пункте была получена формула для веса тела, находящегося на опоре, движущейся с ускорением $\vec{a}$, направленным вниз[1]:

$$P = m(g - a).$$

[1] Мы считаем, что модуль ускорения тела не превышает ускорения свободного падения.

Из этой формулы следует, что, когда ускорение опоры приближается к ускорению свободного падения g, вес тела стремится к *нулю*.

При $a = g$ тело *совсем перестаёт давить на опору*. В этот момент *вес тела становится равным нулю*. Такое состояние называют *невесомостью*.

Итак, *тело находится в состоянии невесомости, когда оно под действием силы тяжести движется с ускорением свободного падения* $\vec{g}$. При этом оно не давит на опору и не растягивает подвес, поэтому их можно вообще убрать.

Однако находящееся в состоянии невесомости тело не обязательно должно падать *вниз*! Вспомним, что ускорение брошенного *произвольным образом* тела во время *всего полёта* равно ускорению свободного падения (если можно пренебречь сопротивлением воздуха). Следовательно, брошенное тело *находится в состоянии невесомости во время всего полёта*.

7. Шарик брошен вертикально вверх. В какие моменты он находится в состоянии невесомости: при подъёме, в верхней точке траектории или когда он падает вниз?

Чтобы испытать кратковременное состояние невесомости, достаточно просто подпрыгнуть (рис. 16.3).

Рис. 16.3

Длительное состояние невесомости испытывают космонавты при *выключенных* двигателях космического корабля. При этом как корабль, так и космонавты находятся под действием *только силы тяжести*, то есть движутся с ускорением свободного падения.

Поставим опыт

Нальём воду в пластиковую бутылку с отверстием в дне. Вода будет вытекать из отверстия. Но если бросить бутылку (*в любом направлении*), то во время полёта бутылки вода из неё не выливается! Дело в том, что бутылка и вода в ней находятся в *невесомости*: вода не давит на дно бутылки и поэтому не выливается.

8. Шарик скатывается по «мёртвой петле» радиусом 20 см (рис. 16.4), не отрываясь от неё. Чему равна скорость шарика в верхней точке окружности, если в этой точке он находится в состоянии невесомости?

Подсказка. Если шарик находится в состоянии невесомости, центростремительное ускорение ему сообщает только сила тяжести.

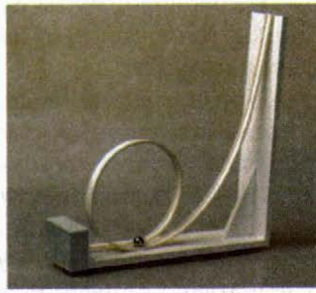
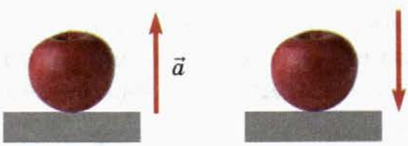


Рис. 16.4

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Вес тела, движущегося с ускорением



$P = m(g + a)$ $P = m(g - a)$

Невесомость

$\vec{a} = \vec{g} \Leftrightarrow \vec{P} = 0$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

9. К пружине жёсткостью k подвешивают груз массой m и отпускают без толчка. Чему равен вес груза в тот момент, когда:

а) пружина не деформирована?

б) удлинение пружины равно x?

10. На тележке укреплён штатив, на котором на нити подвешен груз (рис. 16.5). Какой угол α с вертикалью составляет нить, когда тележка движется с ускорением $a = 5$ м/с^2?

Подсказка. Ускорение грузу сообщает равнодействующая силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T}$.

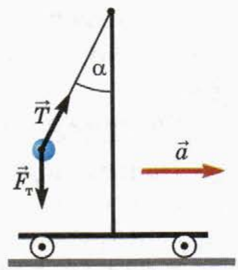


Рис. 16.5

§ 17. СИЛЫ ТРЕНИЯ

1. СИЛА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Поставим опыт

Толкнём лежащий на столе брусок, сообщив ему некоторую начальную скорость. Мы увидим, что брусок скользит по столу и его скорость уменьшается до полной остановки (на рисунке 17.1 показаны последовательные положения бруска через равные промежутки времени). Как вы уже знаете из курса физики основной школы, тормозит брусок *сила трения скольжения*, действующая на него со стороны стола.

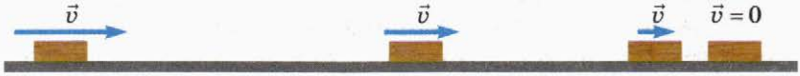


Рис. 17.1

Силы трения скольжения действуют на каждое из соприкасающихся тел, когда они движутся друг относительно друга.

Эти силы действуют на *каждое* из соприкасающихся тел (рис. 17.2). Они равны по модулю и противоположны по направлению, потому что связаны третьим законом Ньютона.

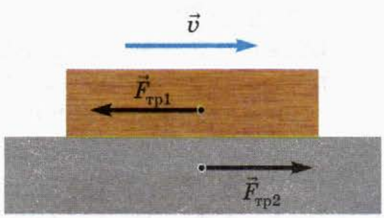


Рис. 17.2

Когда брусок скользит по столу, мы не замечаем силу трения скольжения, действующую на стол со стороны бруска, потому что стол прикреплён к полу (или на стол со стороны пола действует довольно большая сила трения покоя, речь о которой пойдёт далее).

Если же толкнуть брусок, лежащий на тележке, то под действием силы трения скольжения, действующей на тележку со стороны бруска, тележка станет двигаться с ускорением, а скорость бруска относительно тележки будет уменьшаться.

1. Во сколько раз ускорение бруска относительно стола в этом опыте больше, чем ускорение тележки относительно стола, если масса бруска 200 г, а масса тележки 600 г? Трением между тележкой и столом можно пренебречь.

Силы трения скольжения направлены вдоль поверхности соприкосновения тел. Действующая на каждое тело сила трения направлена противоположно скорости этого тела относительно другого тела.

Силы трения скольжения обусловлены главным образом зацеплением и разрушением неровностей соприкасающихся тел (эти неровности на рисунке 17.3 для наглядности преувеличены). Поэтому обычно чем более гладкие поверхности соприкасающихся тел, тем меньше силы трения между ними.

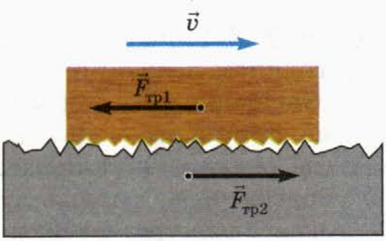


Рис. 17.3

Однако если сделать соприкасающиеся поверхности очень гладкими (например, отшлифовать их), то сила трения скольжения может увеличиться вследствие действия сил межмолекулярного притяжения.

Выясним, от чего зависит сила трения скольжения.

От чего зависит сила трения скольжения?

Поставим опыт

Будем с помощью динамометра тянуть брусок по столу с постоянной скоростью (рис. 17.4, *а*), прикладывая к нему горизонтально направленную силу $\vec{F}_{упр}$.

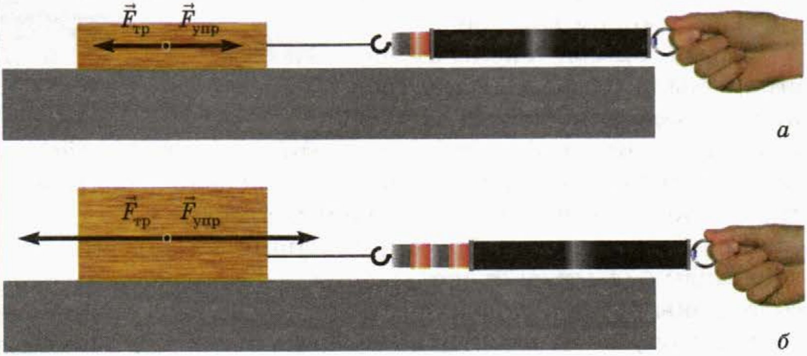


Рис. 17.4

При движении с постоянной скоростью ускорение бруска равно нулю. Следовательно, силу трения скольжения, действующую на брусок со стороны стола, уравновешива-

ет сила упругости, действующая на брусок со стороны динамометра. Значит, эти силы равны по модулю, то есть *динамометр показывает модуль силы трения.*
Повторим опыт, положив на брусок другой такой же брусок (рис. 17.4, б). Мы увидим, что сила трения скольжения *увеличилась в 2 раза.* Заметим теперь, что в этом опыте (по сравнению с опытом с одним бруском) сила нормальной реакции *тоже увеличилась в 2 раза.*

Изменяя силу нормальной реакции, можно убедиться, что

модуль силы трения скольжения $F_{тр}$ пропорционален модулю силы нормальной реакции N:

$$F_{тр.ск} = \mu N. \qquad (1)$$

Как показывает опыт, сила трения скольжения практически не зависит от относительной скорости движения соприкасающихся тел и от площади их соприкосновения.

Коэффициент пропорциональности μ называют *коэффициентом трения.* Его определяют из опыта (см. лабораторную работу 4). Он зависит от материала и качества обработки соприкасающихся поверхностей. На форзаце задачника (под обложкой) приведены приближённые значения коэффициента трения для некоторых видов поверхностей.

Коэффициент трения шин по мокрому асфальту или по льду *в несколько раз меньше* коэффициента трения шин по сухому асфальту. Поэтому тормозной путь автомобиля значительно увеличивается во время дождя или гололёда. О скользкой дороге водителей предупреждает дорожный знак (рис. 17.5).

Рис. 17.5

2. Тело массой m движется по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью μ.

а) Чему равна сила трения скольжения?

б) С каким по модулю ускорением движется тело, если на него действуют только сила тяжести, сила нормальной реакции и сила трения скольжения?

3. Лежащему на столе бруску сообщили скорость 2 м/с, и он прошёл до остановки 1 м (тормозной путь). Чему равен коэффициент трения между бруском и столом?

4. Можно приближённо считать, что на автомобиль при торможении действует сила трения скольжения. Оцените, чему равен тормозной путь автомобиля на сухом асфальте и на льду при начальной скорости 60 км/ч; 120 км/ч. Сравните найденные значения с длиной классной комнаты.

Полученные ответы удивят вас. Наверное, вы станете осторожнее на дороге во время дождя и особенно гололёда.

2. СИЛА ТРЕНИЯ ПОКОЯ

Поставим опыт

Попробуйте сдвинуть с места шкаф (рис. 17.6). Он будет оставаться в покое, даже если прикладывать к нему довольно большую силу.

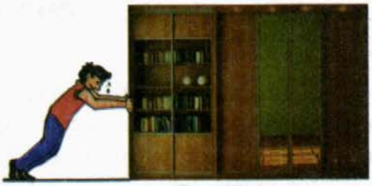


Рис. 17.6

Какая же сила уравновешивает горизонтально направленную силу, приложенную вами к шкафу? Это *сила трения покоя*, действующая на шкаф со стороны пола.

Силы трения покоя возникают при попытке сдвинуть одно из соприкасающихся тел относительно другого в том случае, когда тела остаются в покое друг относительно друга. Эти силы препятствуют относительному движению тел.

5. Действует ли сила трения покоя на пол со стороны шкафа (рис. 17.6)?

Причины возникновения силы трения покоя сходны с причинами возникновения силы трения скольжения: наличие неровностей на соприкасающихся поверхностях тел и действие сил межмолекулярного притяжения.

Будем постепенно увеличивать приложенную к шкафу горизонтальную силу. При достижении некоторого её значения шкаф сдвинется с места и начнёт скользить по полу. Следовательно, модуль силы трения покоя $F_{\text{тр.пок}}$ не превышает некоторого предельного значения, называемого *максимальной силой трения покоя*.

Опыт показывает, что максимальная сила трения покоя немного больше силы трения скольжения. Однако для упрощения решения школьных задач принимают, что *максимальная сила трения покоя равна силе трения скольжения*:

$$F_{\text{тр.пок}} \leqslant \mu N. \qquad (2)$$

Если тело покоится, то сила трения покоя $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ уравновешивает силу $\vec{F}$, направленную вдоль поверхности соприкосновения тел и стремящуюся сдвинуть тело. Следовательно, в этом случае

$$F_{\text{тр.пок}} = F. \qquad (3)$$

Обратите внимание: сила трения покоя удовлетворяет *двум* соотношениям — неравенству (4) и равенству (5). Из них следует неравенство для силы $\vec{F}$, которая *не может сдвинуть* тело:

$$F \leqslant \mu N. \qquad (4)$$

Если же $F > \mu N$, то тело начнёт скользить, и на него будет действовать сила трения *скольжения*. В таком случае

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{тр.ск}} = \mu N. \qquad (5)$$

Соотношения (3) и (5) иллюстрирует график зависимости силы трения $F_{\text{тр}}$ от приложенной к телу силы F (рис. 17.7).

Рис. 17.7

6. К лежащему на столе бруску массой 1 кг прикладывают горизонтальную силу, равную по модулю F. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,3. Чему равна действующая на брусок со стороны стола сила трения, если $F = 2$ Н? $F = 5$ Н?

7. Тягач тянет по горизонтали связку брёвен массой 10 т с силой 40 кН. Чему равно ускорение связки, если коэффициент трения между брёвнами и дорогой равен 0,3? 0,5?

8. Находящийся на столе брусок массой 1 кг тянут горизонтальной пружиной жёсткостью 100 Н/м. Коэффициент трения 0,3. Каково удлинение x пружины, если брусок покоится? движется со скоростью 0,5 м/с?

Может ли сила трения быть движущей силой?

Делая шаг, человек толкает дорогу *назад*, действуя на неё *силой трения покоя* $\vec{F}_{тр1}$: ведь подошва во время толчка покоится относительно дороги (на это иногда указывает чёткий отпечаток подошвы) (рис. 17.8, *а*). Согласно третьему закону Ньютона, со стороны дороги на человека действует такая же по модулю *сила трения покоя* $\vec{F}_{тр2}$, направленная *вперёд*.

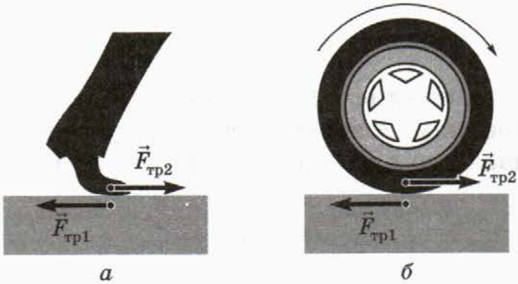


Рис. 17.8

Сила трения покоя разгоняет и автомобиль (рис. 17.8, *б*). Когда колесо катится без проскальзывания, его нижняя точка покоится относительно дороги. Ведущее колесо автомобиля (приводимое во вращение двигателем) толкает дорогу *назад*, действуя на неё *силой трения покоя* $\vec{F}_{тр1}$. Согласно третьему закону Ньютона, дорога при этом толкает колесо (а вместе с ним и автомобиль) *вперёд* силой трения покоя $\vec{F}_{тр2}$. Именно эту силу и называют часто *силой тяги*.

9. С какой целью локомотивы (электровозы и тепловозы) делают очень массивными?

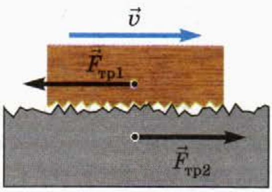
10. Коэффициент трения между шинами ведущих колёс автомобиля и дорогой равен 0,5. Считайте, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

а) С каким максимально возможным ускорением может двигаться автомобиль, если все его колёса — ведущие?
б) Увеличилось бы или уменьшилось максимально возможное ускорение автомобиля, если ведущими были бы только передние или только задние колёса? Обоснуйте свой ответ.

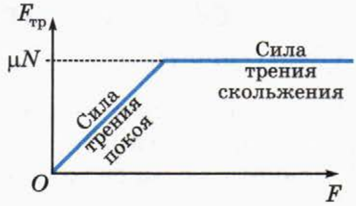
Подсказка. Ускорение автомобиля обусловлено действием силы трения покоя со стороны дороги.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Силы трения



$F_{тр.ск} = \mu N$



$F_{тр.пок} \leqslant \mu N$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

11. На рисунке 17.9 приведены графики зависимости силы трения скольжения от силы нормальной реакции при движении по столу трёх разных брусков. Между каким бруском и столом коэффициент трения наибольший? Чему он равен?

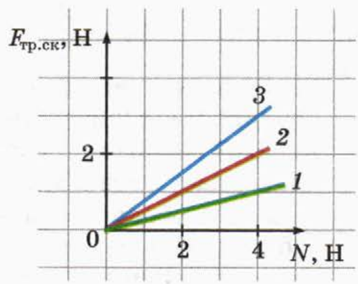


Рис. 17.9

12. На столе лежит стопка из четырёх одинаковых книг массой 500 г каждая (рис. 17.10). Коэффициент трения между обложками книг равен 0,4. Какую горизонтально направленную силу надо приложить, чтобы, придерживая остальные книги:

а) сдвинуть книгу 4?
б) сдвинуть книги 3 и 4 вместе?
в) вытащить книгу 3?
г) вытащить книгу 2?

Рис. 17.10

13. Оцените, до какой скорости может разогнаться за 2 с автомобиль на мокром асфальте. Все его колёса ведущие.

§ 18. ПЛОТНОСТЬ ПЛАНЕТЫ. СУТОЧНОЕ ВРАЩЕНИЕ ПЛАНЕТЫ

1. ПЛОТНОСТЬ ПЛАНЕТЫ

Рассмотрим, как выразить ускорение свободного падения на поверхности планеты и первую космическую скорость для этой планеты через её радиус R и среднюю плотность[1] ρ.

1. Выразите массу планеты M через её радиус R и среднюю плотность ρ.

2. Чему равно ускорение свободного падения g на поверхности планеты радиусом R, имеющей среднюю плотность ρ?

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (8) из § 14, заменив массу и радиус Земли на массу и радиус данной планеты.

3. Вблизи поверхности планеты-гиганта Юпитер (на рисунке 18.1 Юпитер изображён в одном масштабе с Землёй) ускорение свободного падения в 2,6 раза больше, чем вблизи поверхности Земли. Радиус Юпитера примерно в 11 раз больше радиуса Земли. Какова средняя плотность Юпитера?

Рис. 18.1

4. На планете радиусом 3400 км камень падает с обрыва высотой 200 м в течение 10 с. Чему равна средняя плотность планеты? Считайте, что сопротивлением атмосферы планеты можно пренебречь.

5. Чему равна первая космическая скорость для планеты радиусом R со средней плотностью ρ?

Подсказка. Воспользуйтесь формулой (10) из § 14, заменив радиус Земли и ускорение свободного падения на поверх-

[1] Средняя плотность планеты равна отношению массы планеты к её объёму.

ности Земли на массу данной планеты и ускорение свободного падения на её поверхности.

А сейчас мы получим несколько неожиданный результат.

6. Чему равен период T обращения спутника по низкой круговой орбите[1] вокруг планеты радиусом R со средней плотностью ρ?

Итак, период обращения спутника на низкой круговой орбите зависит *только* от средней плотности планеты!

7. Астронавты облетели три планеты А, Б и В на низких круговых орбитах с *выключенным* двигателем. Время облёта каждой из планет составило: $T_А = 55$ мин, $T_Б = 106$ мин, $T_В = 72$ мин. У какой из этих планет наибольшая средняя плотность? У каких из этих планет средняя плотность больше средней плотности Земли? Напомним, что период обращения искусственного спутника Земли на низкой орбите 85 мин.

2. УЧЁТ ВРАЩЕНИЯ ПЛАНЕТЫ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ

Геостационарная орбита

Рис. 18.2

Телевизионные программы передают в разные точки Земли с помощью *спутников связи* (рис. 18.2), которые движутся по круговым орбитам.

Сигнал со спутника принимает укреплённая на стене или крыше дома спутниковая антенна. Она направлена постоянно на *одну и ту же точку* небосвода, поэтому спутник связи должен постоянно «висеть» *над одной и той же точкой поверхности Земли*.

8. Чему равен период одного оборота спутника связи?

Орбиту, по которой движется спутник, находящийся постоянно над одной и той же точкой поверхности Земли, называют *геостационарной*. Она лежит в экваториальной плоскости Земли (так называют плоскость, в которой лежит экватор).

[1] В таком случае радиус орбиты можно считать равным радиусу планеты.

9. Выразите радиус $r_{гс}$ геостационарной орбиты через ускорение свободного падения g вблизи поверхности Земли, радиус Земли и продолжительность суток T.

Подсказка. Запишите уравнение второго закона Ньютона для спутника связи, выразив в нём гравитационную постоянную G через g, $M_{Зем}$, $R_{Зем}$.

10. Чему равен радиус геостационарной орбиты? На какой высоте над поверхностью Земли находится эта орбита?

Выполнив это задание, вы оцените уровень современной техники: спутниковая антенна устойчиво принимает сигнал с расстояния в *десятки тысяч километров*!

Вес тела на полюсе и на экваторе

Вследствие вращения планеты вокруг своей оси (его называют *суточным*) вес одного и того же тела на экваторе планеты *меньше*, чем на её полюсе. Выясним, от чего зависит разность значений веса на экваторе и на полюсе.

Пусть тело покоится на поверхности шарообразной планеты вблизи её полюса. В этом случае вес тела

$$P_п = mg, \tag{1}$$

где g — ускорение свободного падения.

Чтобы найти вес тела на поверхности планеты вблизи экватора, надо учесть суточное вращение планеты.

Вследствие этого вращения находящееся на экваторе тело *равномерно движется по окружности* относительно инерциальной системы отсчёта, связанной с удалёнными звёздами (рис. 18.3). Радиус окружности равен радиусу планеты R, а период обращения T равен продолжительности суток.

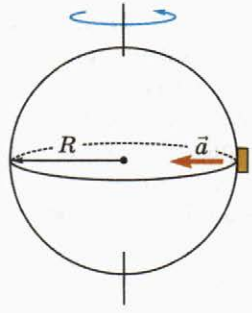


Рис. 18.3

Вследствие суточного вращения планеты находящееся на её экваторе тело движется относительно *инерциальной* системы отсчёта с центростремительным ускорением

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2}R. \tag{2}$$

Это ускорение направлено *к центру планеты*, то есть *вниз*. А если тело движется с ускорением $\vec{a}$, направленным вниз, вес этого тела выражается формулой (см. § 16):

$$P_э = m(g - a).$$

11. Чему равно уменьшение веса тела массой m на экваторе шарообразной планеты радиусом R по сравнению с его весом на полюсе, если период обращения планеты равен T?

12. С помощью каких весов можно обнаружить уменьшение веса тела на экваторе — *рычажных*, в которых используются гири, или *пружинных*, когда вес тела измеряют по удлинению пружины?

13. Каково обусловленное суточным вращением Земли уменьшение веса корабля массой 40 000 т при переходе его из приполярной области в экваториальные воды? Уменьшается ли при этом масса корабля?

14. На сколько процентов уменьшается вес тела вследствие суточного вращения Земли при перемещении его с полюса Земли на экватор?

Существует ещё одна причина уменьшения веса тела на экваторе Земли по сравнению с весом на полюсе.

Дело в том, что Земля немного сплюснута у полюсов — расстояние между Северным и Южным полюсами (по прямой сквозь Землю) примерно на 43 км меньше, чем расстояние между диаметрально противоположными точками экватора Земли. Вследствие этого на полюсе находящаяся на уровне моря точка расположена примерно на 21,5 км ближе к центру Земли, чем точка на экваторе.

Общее уменьшение веса, обусловленное суточным вращением и сплюснутостью Земли, составляет примерно 0,5 %.

15. Каким должен быть период обращения шарообразной планеты массой M и радиусом r вокруг своей оси, чтобы находящиеся на её экваторе тела находились в состоянии невесомости?

16. При какой продолжительности земных суток тела на земном экваторе были бы в состоянии невесомости?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

17. Сорвавшийся с обрыва на некоторой планете камень падал с высоты h в течение времени t. Радиус планеты равен R. Чему равна масса планеты M?

18. Высадившийся на планету радиусом R астронавт бросает камешки с начальной скоростью v_0 под разными углами к горизонту. Чему равна средняя плотность планеты, если все камешки упали на расстоянии от космонавта, не превышающем l?

19. Космонавты высадились на экваторе шарообразной малой планеты. Средняя плотность планеты ρ, радиус R, продолжительность суток T.

а) Чему равна скорость точек поверхности планеты на экваторе?

б) Чему равна первая космическая скорость для этой планеты?

в) С какой скоростью космонавты могут ехать на гусеничном вездеходе вдоль экватора по направлению суточного вращения планеты, не отрываясь от её поверхности?

20. Над находящейся на экваторе Земли африканской деревней 2 раза в сутки — в полдень и в полночь — пролетают одновременно два искусственных спутника, А и Б. Орбиты спутников лежат в экваториальной плоскости, спутник А движется на восток, а Б — на запад.

а) Какой спутник движется в направлении суточного вращения Земли, а какой — в противоположном?

б) Чему равен период обращения каждого спутника?

в) Каковы радиусы орбит спутников?

21. Космический корабль массой 10 т должен постоянно находиться в точке, где силы притяжения со стороны Земли и Луны уравновешивают друг друга. Примите, что Землю можно считать неподвижной, а расстояние от Земли до Луны постоянным.

а) Как направлена сила тяги двигателя корабля?

б) Выразите расстояние r от Земли до корабля через массу Земли $M_{Зем}$, массу Луны $M_{Л}$ и расстояние $R_{ЗЛ}$ от Земли до Луны.

в) Чему равна сила тяги двигателя корабля?

§ 19. ТЕЛО НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

1. ТЕЛО НА ГЛАДКОЙ НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Напомним: когда говорят о *гладкой* поверхности, подразумевают, что *трением между телом и этой поверхностью можно пренебречь.*

На тело массой m, находящееся на *гладкой* наклонной плоскости, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ (рис. 19.1).

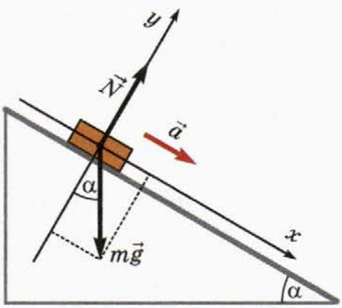


Рис. 19.1

Удобно ось x направить вдоль наклонной плоскости вниз, а ось y — перпендикулярно наклонной плоскости вверх (рис. 19.1). Угол наклона плоскости обозначим α.

Уравнение второго закона Ньютона в векторной форме имеет вид

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

1. Объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} Ox:\ mg\sin\alpha = ma_x, \\ Oy:\ -mg\cos\alpha + N = 0. \end{cases}$$

2. Чему равна проекция ускорения тела на ось x?

3. Чему равен модуль силы нормальной реакции?

4. При каком угле наклона ускорение тела на гладкой плоскости в 2 раза меньше ускорения свободного падения?

5. При каком угле наклона плоскости сила нормальной реакции в 2 раза меньше силы тяжести?

При выполнении следующего задания полезно заметить, что ускорение тела, находящегося на гладкой наклонной плоскости, *не зависит от направления начальной скорости тела.*

6. Шайбу толкнули вверх вдоль гладкой наклонной плоскости с углом наклона α. Начальная скорость шайбы v_0.

а) Какой путь пройдёт шайба до остановки?

б) Через какой промежуток времени шайба вернётся в начальную точку?

в) С какой скоростью шайба вернётся в начальную точку?

7. Брусок массой m находится на гладкой наклонной плоскости с углом наклона α.

а) Чему равен модуль силы, удерживающей брусок на наклонной плоскости, если сила направлена вдоль наклонной плоскости? горизонтально?

б) Чему равна сила нормальной реакции, когда сила направлена горизонтально?

2. УСЛОВИЕ ПОКОЯ ТЕЛА НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Будем теперь учитывать силу трения между телом и наклонной плоскостью.

Если тело *покоится* на наклонной плоскости, на него действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции $\vec{N}$ и сила трения покоя $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ (рис. 19.2).

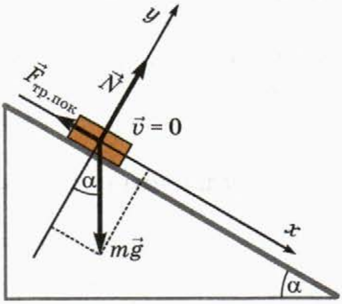


Рис. 19.2

Сила трения покоя *направлена вдоль наклонной плоскости вверх*: она препятствует соскальзыванию бруска. Следовательно, проекция этой силы на ось x, направленную вдоль наклонной плоскости вниз, *отрицательна*:

$$F_{\text{тр.пок}\,x} = -F_{\text{тр.пок}}.$$

8. Объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} Ox:\ mg\sin\alpha - F_{\text{тр. пок}} = 0, \\ Oy:\ -mg\cos\alpha + N = 0. \end{cases}$$

9. На наклонной плоскости с углом наклона α покоится брусок массой m. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен μ. Чему равна действующая на брусок сила трения? Есть ли в условии лишние данные?

10. Объясните, почему условие покоя тела на наклонной плоскости выражается неравенством

$$\mu \geqslant \operatorname{tg}\alpha.$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что сила трения покоя удовлетворяет *неравенству* $F_{\text{тр.пок}} \leqslant \mu N$.

Последнее неравенство можно использовать для *измерения коэффициента трения*: угол наклона плоскости плавно увеличивают, пока тело не начинает скользить по ней (см. лабораторную работу 4).

11. Лежащий на доске брусок начал скользить по доске, когда её угол наклона к горизонту составил 20°. Чему равен коэффициент трения между бруском и доской?

12. Кирпич массой 2,5 кг лежит на доске длиной 2 м. Коэффициент трения между кирпичом и доской равен 0,4.

а) На какую максимальную высоту можно поднять один конец доски, чтобы кирпич не сдвинулся?

б) Чему будет равна при этом действующая на кирпич сила трения?

Сила трения покоя, действующая на тело, находящееся на наклонной плоскости, не обязательно направлена вдоль плоскости *вверх*. Она может быть направлена и *вниз* вдоль плоскости!

13. Брусок массой m находится на наклонной плоскости с углом наклона α. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен μ, причём $\mu < \operatorname{tg}\alpha$. Какую минимальную силу надо приложить к бруску вдоль наклонной плоскости, чтобы:

а) он находился в покое?

б) сдвинуть его вдоль наклонной плоскости вверх?

Подсказка. Когда брусок сдвигают вдоль наклонной плоскости вверх, действующая на него сила трения направлена вдоль наклонной плоскости *вниз*.

14. Брусок массой m находится на наклонной плоскости с углом наклона α. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен μ, причём $\mu > \operatorname{tg}\alpha$. Какую силу надо приложить к бруску вдоль наклонной плоскости, чтобы сдвинуть его вдоль наклонной плоскости:

а) вниз? б) вверх?

3. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ С УЧЁТОМ ТРЕНИЯ

Пусть теперь тело скользит по наклонной плоскости *вниз* (рис. 19.3). При этом на него действует сила трения скольжения, направленная *противоположно скорости тела*, то есть вдоль наклонной плоскости *вверх*.

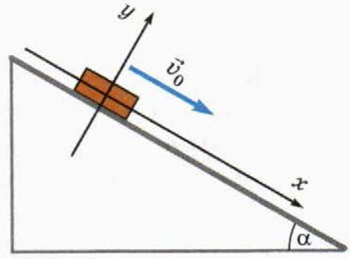


Рис. 19.3

15. Изобразите на чертеже в тетради силы, действующие на тело, и объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} Ox\colon\ mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma_x, \\ Oy\colon\ -mg\cos\alpha + N = 0, \\ F_{\text{тр}} = \mu N. \end{cases}$$

16. Чему равна проекция ускорения тела на ось x?

17. Брусок скользит по наклонной плоскости вниз. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен 0,5. Как изменяется со временем скорость бруска, если угол наклона плоскости равен:

а) 20°? б) 30°? в) 45°? г) 60°?

18. Брусок начинает скользить по доске, когда её наклоняют на угол 20° к горизонту. Чему равен коэффициент трения между бруском и доской? С каким по величине и направлению ускорением будет скользить брусок вниз по доске, наклонённой на угол 30°? 15°?

Пусть теперь начальная скорость тела направлена *вверх* (рис. 19.4).

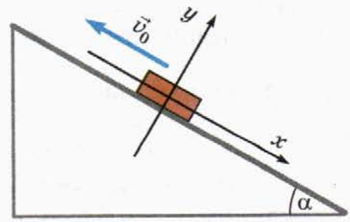


Рис. 19.4

19. Изобразите на чертеже в тетради силы, действующие на тело, и объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} Ox\colon\ mg\sin\alpha + F_{\text{тр}} = ma_x, \\ Oy\colon\ -mg\cos\alpha + N = 0, \\ F_{\text{тр}} = \mu N. \end{cases}$$

20. Чему равна проекция ускорения тела на ось x?

21. Брусок начинает скользить по доске, когда её наклоняют на угол 20° к горизонту. Брусок толкнули вверх по доске. С каким ускорением он будет двигаться, если доска наклонена на угол: а) 30°? б) 15°? В каком из этих случаев брусок остановится в верхней точке?

22. Шайбу толкнули вверх по наклонной плоскости с начальной скоростью v_0. Угол наклона плоскости α, коэффициент трения между шайбой и плоскостью μ. Спустя некоторое время шайба вернулась в начальное положение.

а) Сколько времени двигалась шайба вверх до остановки?
б) Какой путь прошла шайба до остановки?
в) Сколько времени после этого шайба возвращалась в начальное положение?

23. После толчка брусок двигался в течение 2 с вверх по наклонной плоскости и затем в течение 3 с вниз до возвращения в начальное положение. Угол наклона плоскости 45°.

а) Во сколько раз модуль ускорения бруска при движении вверх больше, чем при движении вниз?
б) Чему равен коэффициент трения между бруском и плоскостью?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

24. Брусок соскальзывает без начальной скорости с гладкой наклонной плоскости высотой h (рис. 19.5). Угол наклона плоскости равен α. Какова скорость бруска в конце спуска? Есть ли здесь лишние данные?

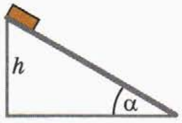


Рис. 19.5

25. (*Задача Галилея*) В вертикальном диске радиуса R просверлен прямолинейный гладкий жёлоб (рис. 19.6). Чему равно время соскальзывания бруска вдоль всего жёлоба из состояния покоя? Угол наклона жёлоба α, в начальный момент брусок покоится.

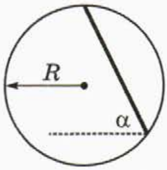


Рис. 19.6

26. По гладкой наклонной плоскости с углом наклона α скатывается тележка. На тележке установлен штатив, на котором на нити подвешен груз. Сделайте чертёж, изобразите силы, действующие на груз. Под каким углом к вертикали расположена нить, когда груз покоится относительно тележки?

27. Брусок находится на вершине наклонной плоскости длиной 2 м и высотой 50 см. Коэффициент трения между бруском и плоскостью 0,3.

а) С каким по модулю ускорением будет двигаться брусок, если толкнуть его вниз вдоль плоскости?

б) Какую скорость надо сообщить бруску, чтобы он достиг основания плоскости?

28. Тело массой 2 кг находится на наклонной плоскости. Коэффициент трения между телом и плоскостью 0,4.

а) При каком угле наклона плоскости достигается наибольшее возможное значение силы трения?

б) Чему равно наибольшее значение силы трения?

в) Постройте примерный график зависимости силы трения от угла наклона плоскости.

Подсказка. Если $\mathrm{tg}\alpha \leqslant \mu$, на тело действует сила трения покоя, а если $\mathrm{tg}\alpha > \mu$ — сила трения скольжения.

§ 20. ДВИЖЕНИЕ ПО ГОРИЗОНТАЛИ И ВЕРТИКАЛИ

1. ДВИЖЕНИЕ ПО ГОРИЗОНТАЛИ

Сила направлена горизонтально

Пусть к бруску массой m, находящемуся на столе[1], приложена горизонтально направленная сила[2] $\vec{F}$, а начальная скорость бруска $\vec{v}_0$ направлена в ту же сторону, что и сила $\vec{F}$ (рис. 20.1). Коэффициент трения между бруском и поверхностью обозначим μ.

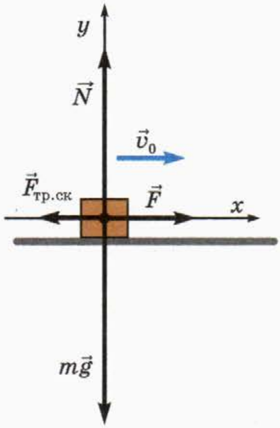


Рис. 20.1

Если тело движется относительно поверхности, с которой оно соприкасается, то на него действует сила трения скольжения.

Направим оси координат, как показано на рисунке 20.1.

1. Объясните, почему справедливо уравнение

$$a_x = \frac{F}{m} - \mu g. \qquad (1)$$

2. Объясните, почему из уравнения (1) следует, что:
— при $F > \mu mg$ скорость тела увеличивается;
— при $F < \mu mg$ скорость тела уменьшается;
— при $F = \mu mg$ скорость тела не изменяется.

3. К бруску массой 2 кг, движущемуся по столу с начальной скоростью 3 м/с, прикладывают горизонтальную силу, равную по модулю 4 Н и направленную так же, как начальная скорость бруска. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,3. Какой путь пройдёт брусок за 4 с?

Рассмотрим теперь случай, когда начальная скорость бруска равна *нулю*.

---

[1] Здесь и далее будем подразумевать *горизонтальный* стол.

[2] Чтобы выбрать правильное соотношение сил на чертеже, учтите, что значение коэффициента трения заключено обычно в пределах 0,2—0,5. Поэтому модуль силы трения в несколько раз меньше модуля силы нормальной реакции.

Если начальная скорость тела равна нулю, то надо выяснить, *сдвинется ли оно с места*. Если тело не сдвинется, то на него будет действовать сила трения *покоя*, для которой *нельзя* пользоваться равенством $F = \mu N$.

4. Объясните, почему брусок не сдвинется с места, если

$$F \leqslant \mu m g. \quad (2)$$

5. Объясните, почему действующая на неподвижный брусок сила трения равна

$$F_{тр} = F. \quad (3)$$

6. На столе покоится брусок массой 400 г. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,3. Чему будут равны ускорение бруска и действующая на него сила трения, если тянуть брусок горизонтальной силой, равной по модулю 1 Н? 2 Н?

Сила направлена вверх под углом к горизонту

К бруску приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх под углом α к горизонту (рис. 20.2). Начальная скорость бруска равна $\vec{v}_0$.

7. Используя рисунок 20.2, объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} Ox\colon\ -F_{тр.ск} + F\cos\alpha = ma_x, \\ Oy\colon\ -mg + N + F\sin\alpha = 0. \end{cases} \quad (4)$$

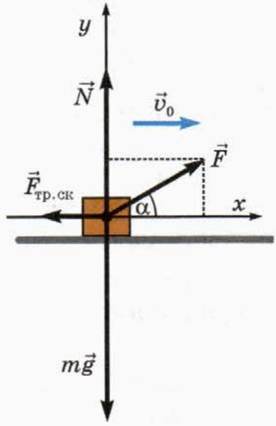


Рис. 20.2

8. К движущемуся по столу бруску массой 0,5 кг приложена сила, равная по модулю 2 Н. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,3. Чему равна проекция ускорения бруска на ось x, направленную по скорости бруска, если сила направлена вверх под углом к горизонту, равным:

а) 30°? б) 70°?

9. Чему равны модуль силы нормальной реакции N и модуль силы F при *равномерном* перемещении по столу бруска массой 2 кг, если коэффициент трения между бруском и столом равен 0,5, а сила направлена:

а) горизонтально?

б) вверх под углом к горизонту, равным 30°?

в) вверх под углом к горизонту, равным 70°?

Итак, когда сила $\vec{F}$ направлена горизонтально, $N = mg$ и $F = \mu mg$. Если же $\vec{F}$ направлена вверх под углом к горизонту, то $N < mg$ (сила $\vec{F}$ приподнимает груз), поэтому сила трения *уменьшается*. Казалось бы, что по этой причине *всегда* выполняется условие $F < \mu mg$. Однако это не так (случай *в* предыдущего задания). Ведь при увеличении угла, который составляет сила $\vec{F}$ с горизонтом, уменьшается горизонтальная проекция силы.

Пусть теперь сила $\vec{F}$ приложена к *покоящемуся* бруску.

10. Объясните, почему брусок сдвинется с места только при условии, что

$$F(\cos\alpha + \mu \sin\alpha) > \mu mg. \quad (5)$$

11. К покоящемуся бруску массой 2 кг приложена сила, равная по модулю 10 Н. Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,5. Чему равно ускорение бруска, если сила направлена вверх под углом к горизонту, равным:

а) 30°? б) 60°?

12. Груз массой 10 кг покоится на столе. Коэффициент трения между грузом и столом равен 0,4. Чему будут равны ускорение бруска и действующая на него со стороны стола сила трения, если тянуть брусок силой, равной по модулю 40 Н и направленной вверх под углом 30° к горизонту? под углом 60° к горизонту?

Сила направлена вниз под углом к горизонту

Рассмотрим теперь случай, когда сила направлена *вниз* под углом к горизонту, то есть когда брусок не тянут, а *толкают*.

Пусть начальная скорость бруска равна $\vec{v}_0$ (рис. 20.3).

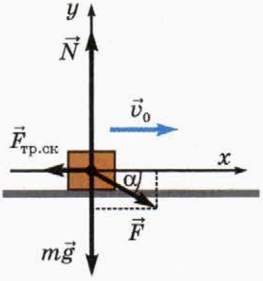


Рис. 20.3

13. Объясните, почему в данном случае

$$a_x = \frac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{m} - \mu g. \qquad (6)$$

Заметим, что в случае, когда

$$\operatorname{tg}\alpha \geqslant \frac{1}{\mu}, \qquad (7)$$

полученное выражение для проекции ускорения будет *отрицательным* при *любом* значении F. Это означает, что при любом значении F скорость бруска будет *уменьшаться*. Дело в том, что чем больше сила $\vec{F}$, тем сильнее брусок прижимается к столу — а при этом увеличивается сила трения. И если выполнено неравенство (7), то сила трения растёт с увеличением модуля силы $\vec{F}$ быстрее, чем горизонтальная проекция этой силы.

14. Груз перемещают равномерно, прикладывая к нему силу 100 Н, направленную *вверх* под углом 45° к горизонту. Какую силу надо прикладывать, чтобы равномерно перемещать это тело силой, направленной *вниз* под углом 45° к горизонту? Коэффициент трения равен 0,5.

Рассмотрим теперь случай, когда брусок вначале *покоился*.

15. Объясните, почему брусок не сдвинется с места, если

$$F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) \leqslant mg.$$

Обратите внимание: в этом случае брусок невозможно сдвинуть с места, *как бы велика ни была приложенная сила*! В таких случаях говорят, что брусок *заклинивает*.

16. К грузу массой 10 кг, находящемуся на горизонтальной поверхности, прикладывают силу 3 кН, направленную вниз под углом 80° к горизонту. Коэффициент трения равен 0,3. Чему равна действующая на тело сила трения?

Подсказка. Проверьте, заклинит ли груз.

17. Груз массой 10 кг покоится на столе. Коэффициент трения между грузом и столом равен 0,2. Чему будут равны ускорение бруска и действующая на него со стороны стола сила трения, если тянуть брусок силой, равной по модулю 40 Н и направленной вниз под углом к горизонту, равным: а) 30°? б) 60°?

2. ДВИЖЕНИЕ ПО ВЕРТИКАЛИ

Пусть брусок массой m прижимают к стене[1] силой $\vec{F}$, направленной под углом α к вертикали (рис. 20.4). Коэффициент трения между бруском и стеной равен μ.

Если *начальная скорость бруска равна нулю*, то есть *три* возможности: брусок может

— начать двигаться *вверх*;
— начать двигаться *вниз*;
— остаться в покое.

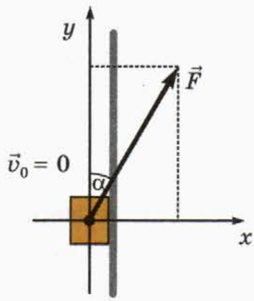


Рис. 20.4

Если брусок начнёт двигаться, то на него будет действовать сила трения *скольжения*, а если он останется в покое, то на него будет действовать сила трения покоя.

18. Объясните, почему брусок будет двигаться вверх, если

$$F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) > mg.$$

Подсказка. В таком случае на брусок действует сила трения скольжения, направленная *вниз*.

19. Объясните, почему брусок будет двигаться вниз, если

$$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) < mg.$$

Подсказка. Сила трения скольжения направлена *вверх*.

20. Объясните, почему брусок останется в покое, если выполнены *одновременно* два неравенства:

$$\begin{cases} F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) \leqslant mg, \\ F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) \geqslant mg. \end{cases}$$

21. Брусок массой 1 кг прижимают к стене силой, равной по модулю 30 Н. Коэффициент трения между бруском и стеной равен 0,25. Чему равно ускорение бруска и как оно направлено, если сила направлена вверх под углом 30° к вертикали? 70° к вертикали? 80° к вертикали? 90° к вертикали (горизонтально)?

Подсказка. Выясните, начнёт ли брусок двигаться. И если начнёт, то в каком направлении.

---
[1] Здесь и далее будем подразумевать *вертикальную* стену.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

22. Чтобы равномерно перемещать груз по столу, можно прикладывать либо силу 12 Н, направленную горизонтально, либо силу 11 Н, направленную вверх под углом 30° к горизонту.

а) Чему равны: коэффициент трения между грузом и столом? масса груза?

б) Чему равна сила нормальной реакции опоры, когда сила направлена вверх под углом 30° к горизонту?

23. Дед Мороз тянет санки массой 10 кг, на которых лежит мешок с подарками массой 20 кг. Верёвка, привязанная к санкам, составляет угол 20° с горизонтом. Коэффициент трения между санками и снегом 0,2. Санки движутся равномерно со скоростью 1 м/с.

а) С какой силой Дед Мороз тянет верёвку?

б) С какой силой санки давят на снег?

в) Чему равна действующая на санки сила трения?

г) С каким ускорением будут двигаться санки, если мешок с подарками упадёт с них, а Дед Мороз будет продолжать тянуть верёвку с той же силой?

24. Чтобы равномерно перемещать тело по горизонтальной поверхности, прикладывая силу, направленную *вниз* под углом 60° к горизонту, надо, чтобы сила была в 14 раз больше силы, направленной *вверх* под тем же углом к горизонту. Чему равен коэффициент трения?

25. Брусок массой 3 кг прижимают к стене силой 40 Н, направленной под углом 30° к вертикали. В начальный момент брусок покоится.

а) В каком направлении будет двигаться брусок?

б) Чему будет равно ускорение бруска, если коэффициент трения между бруском и стеной равен 0,4? 0,15?

26. С какой наименьшей горизонтальной силой надо прижимать книгу массой 400 г ладонью к стене, чтобы книга покоилась? Коэффициент трения между книгой и стеной равен 0,2, а между книгой и ладонью равен 0,3.

Подсказка. Книга не начнёт скользить по стене, пока *каждая* из сил трения покоя, действующих на книгу (со стороны стены и ладони), не достигнет своего максимально возможного значения.

§ 21. ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСКОЛЬКИХ СИЛ

1. ПОВОРОТ ТРАНСПОРТА

Движение по горизонтальной дороге

Напомним, что ускорение $\vec{a}$ тела, движущегося со скоростью v по окружности радиусом r, направлено к центру окружности (центростремительное ускорение). Модуль ускорения

$$a = \frac{v^2}{r}.$$

Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

где $\vec{F}$ — равнодействующая всех приложенных к телу сил.

Пусть автомобиль совершает поворот на горизонтальной дороге, двигаясь равномерно по дуге окружности. На него действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции $\vec{N}$ (рис. 21.1). Но обе они направлены *вертикально* и поэтому не могут вызвать ускорения, направленного *горизонтально*. Это ускорение вызывает горизонтально направленная *сила трения*, действующая на автомобиль со стороны дороги.

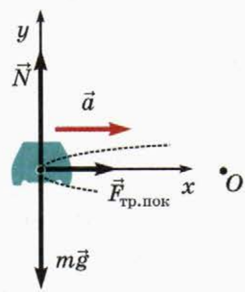


Рис. 21.1

Если колёса автомобиля не проскальзывают, то нижние точки колёс покоятся относительно дороги. Следовательно, ускорение вызывает[1] *сила трения покоя* $\vec{F}_{\text{тр.пок}}$ (рис. 21.1).

1. Используя рисунок 21.1, объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} Ox: \ F_{\text{тр.пок}} = \dfrac{mv^2}{r}, \\ Oy: \ mg - N = 0. \end{cases}$$

[1] Эта сила возникает, когда вследствие поворота руля оси вращения передних колёс поворачиваются. Причины появления этой силы можно объяснить, только рассматривая автомобиль не как материальную точку.

2. Чему равен радиус окружности r, по которой может равномерно двигаться автомобиль на горизонтальной дороге со скоростью v, если коэффициент трения между колёсами и дорогой равен μ?

Подсказка. $F_{\text{тр.пок}} \leqslant \mu N$.

3. С какой наибольшей скоростью (в километрах в час) автомобиль может совершить поворот на перекрёстке неширокий улиц, двигаясь по дуге окружности радиусом 10 м? Рассмотрите движение автомобиля по сухому асфальту и по льду.

Выполнив это задание, вы лучше поймёте, почему водитель притормаживает перед поворотом, особенно на скользкой дороге.

Движение по наклонной дороге

Если полотно дороги наклонить в сторону поворота, то сила нормальной реакции опоры будет наклонена под углом к вертикали (рис. 21.2).

В таком случае появляется горизонтальная составляющая силы нормальной реакции, направленная в сторону поворота. Это позволяет увеличить скорость на повороте при тех же значениях радиуса поворота и коэффициента трения.

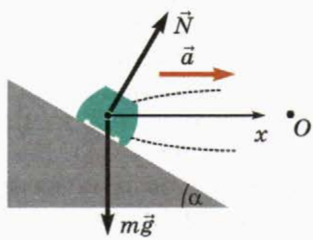


Рис. 21.2

4. При каком угле наклона дороги автомобиль, который едет со скоростью $v = 72$ км/ч по дуге окружности радиусом $r = 30$ м, может совершить поворот даже на очень скользкой дороге?

Подсказка. В данном случае проекция силы нормальной реакции на ось x равна $mg\,\text{tg}\alpha$.


Рис. 21.3

5. Почему велотреки делают с наклоном внутрь (рис. 21.3)?

Гонки по вертикальной стене

Ехать по окружности можно и по *вертикальной* стене (рис. 21.4)! В таком случае центростремительное ускорение обеспечивает только сила нормальной реакции[1] (рис. 21.5).

Рис. 21.4

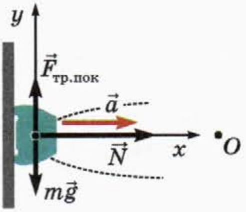


Рис. 21.5

6. С какой скоростью (в километрах в час) можно ехать по вертикальной цилиндрической стене радиусом 5 м, если коэффициент трения μ между колёсами и стеной равен 0,5?

2. КОНИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Подвешенный на нити груз, который равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости, называют *коническим маятником* (рис. 21.6).

На груз действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения[2] нити $\vec{F}$, направленная *вдоль нити*. Равнодействующая этих сил вызывает центростремительное ускорение груза.

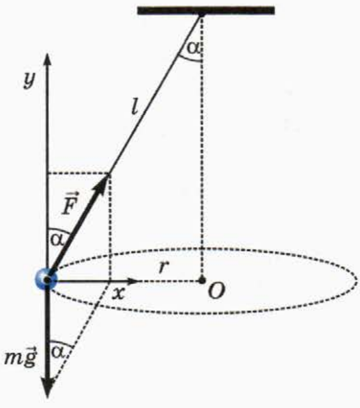


Рис. 21.6

Введём обозначения:

l — длина нити,

r — радиус окружности,

α — угол между нитью и вертикалью,

T — период обращения груза по окружности.

---

[1] Автомобиль, который едет по вертикальной стене, не переворачивается потому, что на его нижние колёса стена давит с большей силой, чем на верхние.

[2] Силу натяжения нити в данном случае неудобно обозначать $\vec{T}$, потому что буквой T обозначен период обращения груза по окружности.

7. Используя рисунок 21.6, объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} Ox\colon\ F = m\dfrac{4\pi^2}{T^2}l, \\ Oy\colon\ F\cos\alpha - mg = 0. \end{cases}$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что $r = l\cos\alpha$.

8. Чему равен период обращения конического маятника, если длина нити равна l?

9. Шарик массой 100 г, подвешенный на нити длиной 50 см, вращается по окружности в горизонтальной плоскости. При этом сила натяжения нити 2 Н.

а) Какой угол составляет нить с вертикалью?

б) Чему равен период обращения шарика по окружности?

в) Чему равен радиус окружности, по которой движется шарик?

г) С какой скоростью движется шарик?

д) Во сколько раз ускорение шарика больше ускорения свободного падения?

е) За какое время шарик пройдёт путь, равный 1 км?

Движение по гладкой поверхности

Пусть небольшая шайба скользит по горизонтальной окружности внутри *гладкой* полусферы (рис. 21.7).

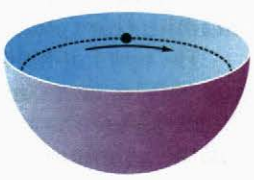


Рис. 21.7

Главное в таких задачах — увидеть, что это *видоизменённый конический маятник*: роль силы натяжения нити играет сила нормальной реакции.

10. Шайба массой 50 г движется со скоростью 2 м/с по горизонтальной окружности радиусом 20 см внутри гладкой полусферы.

а) С каким ускорением движется шайба?

б) Под каким углом к вертикали направлена сила нормальной реакции, действующая на шайбу со стороны полусферы?

в) Чему равна сила нормального давления?

г) Чему равен радиус полусферы?

д) Чему равна частота обращения шайбы по окружности?

Рассмотрим также движение тела по внутренней поверхности конуса.

11. Шайба движется по горизонтальной окружности радиусом r по гладкой поверхности конуса (рис. 21.8, для наглядности конус разрезан). Образующая конуса составляет угол α с вертикалью. Чему равен период обращения шайбы?

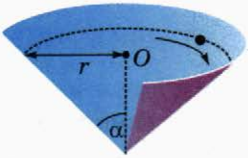


Рис. 21.8

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

12. На горизонтальном диске на расстоянии 10 см от оси лежит небольшая шайба массой 20 г. Диск начинают вращать вокруг его оси, медленно увеличивая частоту обращения. Когда частота становится равной 1 $с^{-1}$, шайба начинает скользить по диску.

а) Каков коэффициент трения между шайбой и диском?

б) Чему равна сила трения, действующая на шайбу, при частоте обращения 0,5 $с^{-1}$?

в) Начертите примерный график зависимости силы трения от частоты обращения диска.

13. Груз массой 100 г, подвешенный на пружине жёсткостью 200 Н/м, вращают по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости. Чему равна частота обращения, если длина пружины в 2 раза больше её длины в недеформированном состоянии?

14. На стержне, укреплённом на расстоянии d от оси вращения горизонтального диска, на нити длиной l подвешен шарик (рис. 21.9). При вращении диска нить отклоняется от вертикали на угол α.

а) Каково ускорение шарика?

б) Каков период обращения диска?

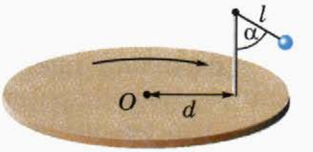


Рис. 21.9

§ 22. ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ ТЕЛ БЕЗ УЧЁТА ТРЕНИЯ

1. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Пусть по *гладкому* столу под действием горизонтальной силы $\vec{F}$ движутся бруски массой m_1 и m_2, связанные *лёгкой нерастяжимой* нитью (рис. 22.1).

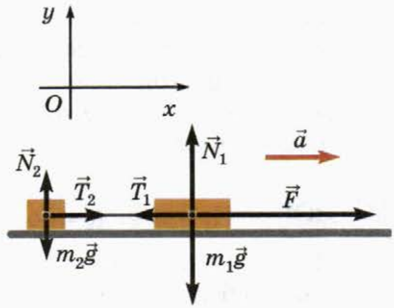


Рис. 22.1

1. Используя рисунок 22.1, объясните смысл следующих уравнений:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F} = m_1\vec{a}_1,$$
$$m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2.$$

Указание на то, что нить *лёгкая*, означает, что *массой нити можно пренебречь*. В таком случае равнодействующую приложенных к нити сил надо считать равной *нулю* (иначе нить получила бы бесконечно большое ускорение). Значит, бруски тянут нить в противоположные стороны с *равными* по модулю силами. Тогда из третьего закона Ньютона следует, что нить действует на бруски тоже с равными по модулю силами:

$$T_2 = T_1.$$

Обозначим T модуль силы натяжения нити:

$$T_2 = T_1 = T.$$

Поскольку нить нерастяжима, модули перемещения брусков за любой промежуток времени одинаковы. Отсюда следует, что ускорения брусков равны. Обозначим модуль этого ускорения a:

$$a_1 = a_2 = a.$$

2. Используя рисунок 22.1, объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} Ox: \ -T + F = m_1a, \\ Oy: \ -m_1g + N_1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ox\colon\ T = m_2a, \\ Oy\colon\ -m_2g + N_2 = 0. \end{cases}$$

3. Объясните, почему бруски, связанные *лёгкой нерастяжимой* нитью, движутся под действием силы $\vec{F}$ с таким же ускорением, как одно тело массой $m_1 + m_2$. Чему равно это ускорение?

4. На гладком столе находятся два бруска, связанные лёгкой нерастяжимой нитью. Под действием горизонтальной силы 4 Н, приложенной к первому бруску, бруски движутся с ускорением 2 м/с^2, а сила натяжения нити равна 1 Н.

а) Чему равны массы брусков?

б) Какова будет сила натяжения нити, если тянуть бруски горизонтальной силой 2 Н, приложенной ко второму бруску?

5. Два стальных цилиндра массой 1 кг и 3 кг подвешены на лёгких нерастяжимых нитях (рис. 22.2). Натяжение верхней нити 20 Н.

а) С каким ускорением движутся цилиндры? Куда оно направлено?

б) Чему равно натяжение нижней нити?

в) При каком натяжении верхней нити вес нижнего цилиндра равен силе тяжести, действующей на верхний цилиндр?

Рис. 22.2

2. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В РАЗНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

Движение тел по горизонтали и вертикали

6. На гладком столе находится брусок массой $m_б$, связанный с грузом массой $m_г$ лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 22.3). Трением в блоке и его массой можно пренебречь. Чему равен модуль ускорения тел?

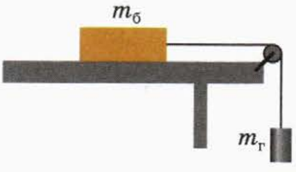


Рис. 22.3

7. Чему равен в предыдущем задании вес груза, если $m_б$ = 2 кг, а $m_г$ = 0,5 кг? Почему вес груза оказался *меньше* действующей на него силы тяжести?

8. К концам лёгкой нерастяжимой нити, переброшенной через неподвижный блок, подвешены грузы массой m и M, причём $M > m$ (рис. 22.4). Трением в блоке и его массой можно пренебречь.

а) Чему равен модуль ускорения грузов?
б) Чему равна сила натяжения нити?
в) Чему равен вес каждого груза?

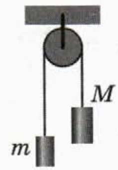


Рис. 22.4

9. Как объяснить, что грузы разной массы имеют в данном случае одинаковый вес?

Подсказка. Вспомните о весе груза, движущегося с ускорением.

10. К концам лёгкой нерастяжимой нити, переброшенной через лёгкий неподвижный блок, подвешены грузы массой по 4,5 кг (рис. 22.5). На один из грузов положен перегрузок массой 1 кг. Трением в блоке можно пренебречь. В начальный момент тела покоятся.

а) С каким ускорением движутся тела?
б) С какой силой перегрузок давит на груз?
в) С какой силой блок давит на ось?

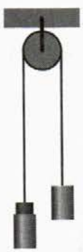


Рис. 22.5

При наличии *подвижных* блоков ускорения тел, связанных нерастяжимой нитью, могут быть *различными*.

11. Грузы массой m_1 и m_2 подвешены так, как показано на рисунке 22.6. Нить лёгкая и нерастяжимая, трением в блоках и их массой можно пренебречь.

а) Чему равно отношение модулей ускорения первого и второго грузов?
б) Чему равно отношение сил, действующих со стороны нити на первый и второй грузы?
в) Чему равны проекции ускорений первого и второго груза на показанную на рисунке ось x?
г) При каком соотношении масс грузов ускорение первого груза направлено вверх?

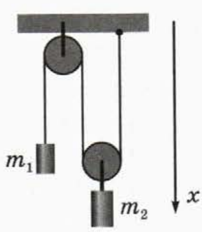


Рис. 22.6

д) Чему равна сила натяжения нити?

е) При каком соотношении масс грузов вес *второго* груза равен силе тяжести, действующей на *первый* груз?

Движение по наклонной плоскости

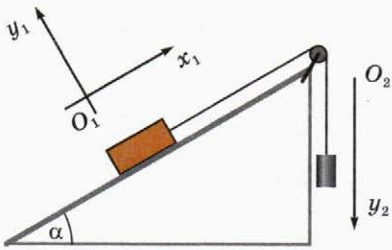


Рис. 22.7

Пусть на *гладкой* наклонной плоскости с углом наклона α находится брусок массой $m_б$, связанный с грузом массой $m_г$ лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (рис. 22.7).

При рассмотрении движения тела по наклонной плоскости удобно использовать систему координат с наклонными осями O_1x_1 и O_1y_1, показанную на рисунке. А для рассмотрения движения груза по вертикали выберем направленную вниз ось O_2y_2.

Самое трудное в этой ситуации — правильно определить *направление* ускорения тел. Найдём сначала условие их *равновесия*.

12. Сделав чертёж, объясните смысл следующих уравнений для случая, когда тела находятся *в равновесии*:

$$O_1x_1:\ T - m_б g \sin\alpha = 0,$$
$$O_1y_1:\ N - m_б g \cos\alpha = 0,$$
$$O_2y_2:\ m_г g - T = 0.$$

13. Объясните, почему:

а) если $m_г > m_б \sin\alpha$, ускорение бруска направлено вверх.

б) если $m_г < m_б \sin\alpha$, ускорение бруска направлено вниз.

в) Объясните, для какого из этих двух случаев справедлива следующая система уравнений:

$$O_1x_1:\ T - m_б g \sin\alpha = m_б a,$$
$$O_1y_1:\ N - m_б g \cos\alpha = 0,$$
$$O_2y_2:\ m_г g - T = m_г a.$$

14. Чему равен модуль ускорения бруска, если он движется вдоль наклонной плоскости *вверх*?

15. Чему равен модуль ускорения бруска, если он движется вдоль наклонной плоскости *вниз*?

16. Брусок массой 1 кг находится на гладкой наклонной плоскости с углом наклона 30°. Он связан с грузом массой 200 г лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок. В начальный момент тела покоятся, и груз находится на высоте 20 см над столом. На какой высоте над столом будет находиться груз через 0,2 с?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

17. К концам лёгкой нерастяжимой нити, переброшенной через блок, подвешены грузы. Масса одного из грузов 2 кг. Массой блока и трением в блоке можно пренебречь. Блок подвешен к динамометру. Во время движения грузов динамометр показывает 16 Н.
а) Чему равна сила натяжения нити?
б) С каким по модулю ускорением движутся тела?
в) Чему равна масса второго груза?

18. К концам лёгкой нерастяжимой нити, переброшенной через неподвижный блок, подвешены грузы массой по 4 кг каждый. На один из грузов положен перегрузок. Сила натяжения нити во время движения грузов равна 50 Н.
а) С каким по модулю ускорением движутся тела?
б) Чему равен вес перегрузка? Указание: вес перегрузка проще всего найти из второго закона Ньютона для груза, на котором лежит перегрузок.
в) Чему равна масса перегрузка?

19. На гладком столе лежит вытянутая в прямую линию цепочка из 100 звеньев. За первое звено, расположенное слева, тянут влево с силой 2 Н, направленной вдоль цепочки. С какой силой взаимодействуют 20-е и 21-е звенья?

Подсказка. Представьте цепочку состоящей из двух частей, содержащих 20 и 80 звеньев каждая.

20. Найдите ускорения тел в системе, изображённой на рисунке 22.8. Масса бруска $m_б$, масса груза $m_г$, угол наклона плоскости α. Нить лёгкая и нерастяжимая, трением и массой блоков можно пренебречь.

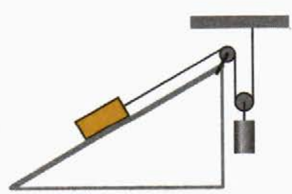


Рис. 22.8

§ 23. ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ. УЧЁТ ТРЕНИЯ СО СТОРОНЫ ВНЕШНИХ ТЕЛ

1. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Движение поезда

Пусть поезд едет с *постоянной* скоростью по *горизонтальной* дороге. При этом вертикальные силы, действующие на любой из вагонов и на локомотив[1] (сила тяжести и сила нормальной реакции), уравновешивают друг друга.

Рассмотрим горизонтально направленные силы. Начнём с *последнего* вагона (рис. 23.1).

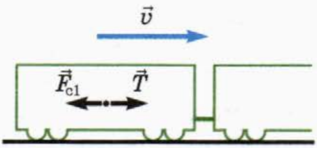


Рис. 23.1

На него действует направленная *вперёд* сила упругости $\vec{T}$ со стороны вагонной сцепки. Кроме того, на него действует направленная *назад* сила трения качения между колёсами вагона и рельсами[2]. Эту силу иногда называют *силой сопротивления* движению. Её характеризуют *коэффициентом сопротивления* k, принимая приближённо, что

$$F_{\text{сопр}} = kN,$$

где N — модуль силы нормальной реакции.

? **1.** Чему равна сила сопротивления, действующая на вагон массой 60 т, если коэффициент сопротивления $k = 0{,}005$?

Обозначим $\vec{F}_{c1}$ силу сопротивления, действующую на один вагон. Когда он движется с *постоянной* скоростью,

$$F_{c1} = T.$$

? **2.** Чему равна сила натяжения передней сцепки первого вагона, если в поезде n одинаковых вагонов?

Рассмотрим теперь силы, действующие на *локомотив*, который едет с постоянной скоростью и тянет за собой n вагонов.

[1] Тепловоз или электровоз, который тянет поезд.

[2] О силе трения качения было кратко рассказано в курсе физики основной школы. Напомним, что эта сила тем меньше, чем *твёрже* соприкасающиеся поверхности. Будем считать, что силой сопротивления воздуха можно пренебречь.

На локомотив действуют направленные *назад* сила сопротивления $\vec{F}_{сл}$ и сила натяжения сцепки между локомотивом и первым вагоном, равная $nF_{с1}$ (рис. 23.2).

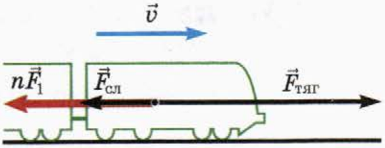


Рис. 23.2

Какая же направленная *вперёд* сила уравновешивает эти силы?

Ведущие колёса локомотива (соединённые с двигателем) толкают дорогу *назад*, действуя на неё силой трения *покоя* (колёса не проскальзывают). По третьему закону Ньютона со стороны дороги на локомотив действует такая же по модулю, но направленная *вперёд* сила *такой же физической природы*, то есть сила трения *покоя*. Её называют *силой тяги* и обозначают $\vec{F}_{тяг}$. С похожей силой мы уже познакомились, когда рассматривали силу, разгоняющую автомобиль (см. § 17).

Обозначим массу локомотива M и будем считать, что *все колёса локомотива — ведущие* (в современных локомотивах так и есть). В таком случае *вся* сила нормальной реакции, действующая на локомотив и равная по модулю Mg, распределяется на *ведущие* колеса. Следовательно, максимальная сила трения покоя равна в данном случае μMg. Отсюда следует, что локомотив массой M может развить *максимальную* силу тяги

$$F_{тяг\ max} = \mu Mg.$$

Когда поезд едет с постоянной скоростью, сила тяги уравновешивает силу сопротивления, действующую на *весь* поезд:

$$F_{тяг} = F_{сл} + nF_{с1}.$$

3. Какое наибольшее число одинаковых вагонов может тянуть по *горизонтальной* дороге с постоянной скоростью локомотив, если коэффициент сопротивления для вагонов и локомотива при данной скорости равен 0,005, а масса локомотива в 3 раза больше массы одного вагона? Все колёса локомотива считайте ведущими. Коэффициент трения скольжения между колёсами локомотива и рельсами примите равным 0,3.

Полученный в этом задании ответ соответствует *горизонтальной* дороге. Тянуть на подъём всего в 1° локомотив сможет примерно в 3 раза меньше вагонов, чем по горизонтальной дороге. А небольшие подъёмы есть на любой дороге.

4. Локомотив тянет с постоянной скоростью 18 вагонов. При этом сцепка между шестым и седьмым вагонами (считая от локомотива) натянута с силой 120 кН. Чему равна сила тяги локомотива? Примите, что массы вагонов равны, а масса локомотива в 3 раза больше массы одного вагона.

Грузовик тянет прицеп по склону

Пусть грузовик массой M, у которого *все колёса ведущие*, тянет вверх по склону прицеп массой m (рис. 23.3).

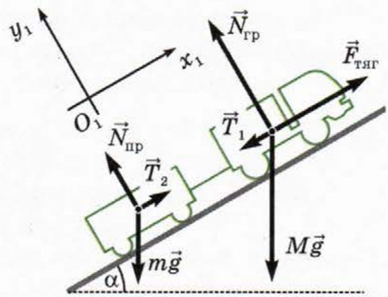


Рис. 23.3

Обозначим α угол наклона склона, а μ — коэффициент трения между колёсами *грузовика* и дорогой. Будем считать, что трос лёгкий и нерастяжимый, а трением качения между колёсами прицепа и дорогой можно пренебречь.

Как мы уже знаем, действующая на грузовик сила тяги — это направленная *вверх* вдоль склона сила трения *покоя*, действующая на ведущие колёса.

5. Чему равна сила тяги при *равномерном* движении грузовика и прицепа?

Подсказка. При равномерном движении равнодействующая сил, приложенных к грузовику и к прицепу, равна нулю.

6. Чему равна *максимальная* сила тяги грузовика?

Подсказка. Максимальная сила тяги равна максимальной силе трения покоя.

7. Какой наибольшей массы прицеп может поднимать грузовик массой 5 т, у которого все колёса ведущие, по склону с углом наклона 10°? Трением качения между колёсами прицепа и склоном можно пренебречь. Коэффициент трения между колёсами грузовика и склоном равен 0,5.

Если грузовик и прицеп движутся с *ускорением*, равнодействующая сил, приложенных к каждому телу, не равна нулю.

8. Грузовик массой M тянет за собой прицеп массой m вверх по склону с углом наклона α. Коэффициент трения между колёсами грузовика и дорогой равен μ.

а) С каким максимально возможным ускорением может двигаться грузовик?

б) Чему равна при этом сила натяжения троса?

Подсказка. Максимально возможное ускорение и максимальная сила натяжения троса достигаются при максимально возможной силе тяги.

Зная максимально возможное ускорение, можно найти и максимальную силу натяжения троса T_{max}. Сила натяжения будет максимальной при максимальном ускорении прицепа.

9. Грузовик, у которого все колёса ведущие, тянет прицеп по склону с углом наклона 10°. Масса грузовика в 3 раза больше массы прицепа. Коэффициент трения между колёсами грузовика и дорогой 0,5, а трением качения между колёсами прицепа и склоном можно пренебречь. Сначала тела двигались равномерно, а потом — с максимально возможным ускорением. Во сколько раз увеличилась сила натяжения троса?

2. ТЕЛА ДВИЖУТСЯ В РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

Движение по вертикали и горизонтали

На столе находится брусок массой $m_б$, связанный с грузом массой $m_г$ лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (рис. 23.4). Коэффициент трения между грузом и столом μ. Трением в блоке и его массой можно пренебречь. Пусть в начальном состоянии тела покоятся.

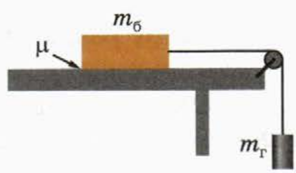


Рис. 23.4

10. При каком условии тела начнут двигаться? Чему будет равно при этом ускорение тел?

11. На столе лежит брусок массой 2 кг, связанный с грузом массой 500 г лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок. Трением в блоке и массой блока можно пренебречь. В начальном состоянии тела покоятся. Ответьте на следующие вопросы, приняв, что коэффициент трения между бруском и столом равен: 1) 0,2; 2) 0,3.

а) Чему равно ускорение тел?
б) Чему равна сила натяжения нити?
в) Чему равна сила трения между бруском и столом?
г) Какой путь пройдёт брусок за 1 с?

12. На стол кладут верёвку. Коэффициент трения между столом и верёвкой равен 0,25. Какая часть верёвки должна свисать со стола, чтобы верёвка начала соскальзывать?

Подсказка. Представьте верёвку как *систему двух тел*: части верёвки, лежащей на столе, и части, свисающей со стола.

Движение по наклонной плоскости

Брусок массой $m_б$, связанный с грузом массой $m_г$, находится на наклонной плоскости с углом наклона α (рис. 23.5). Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ. Трением в блоке и массой блока можно пренебречь.

Пусть тела вначале покоятся.

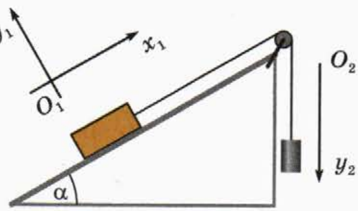


Рис. 23.5

13. С каким по модулю ускорением будут двигаться тела, если брусок движется *вверх*? При каком условии брусок будет двигаться вверх?

14. С каким по модулю ускорением будут двигаться тела, если брусок движется *вниз*? При каком условии брусок будет двигаться вниз?

15. При выполнении каких условий тела останутся в покое?

Подсказка. Тела останутся в покое, если не выполнено ни условие того, что брусок начнёт двигаться вверх, ни условие того, что брусок начнёт двигаться вниз.

16. На наклонной плоскости с углом наклона 30° лежит брусок массой 1 кг (см. рис. 23.5). Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен 0,25. Перекинутой через блок лёгкой нерастяжимой нитью брусок связан с грузом. Ответьте на следующие вопросы, приняв, что масса груза равна: 1) 100 г; 2) 600 г; 3) 1 кг.

а) Куда направлено и чему равно ускорение бруска?
б) Чему равна сила натяжения нити?

в) Куда направлена и чему равна сила трения между бруском и плоскостью?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

17. Грузовик массой 7 т, у которого все колёса ведущие, тянет с помощью лёгкого нерастяжимого троса прицеп массой 5 т. Коэффициент трения между колёсами грузовика и дорогой равен 0,5. Трением качения между колёсами прицепа и склоном можно пренебречь.
а) С каким максимально возможным ускорением грузовик может тянуть прицеп по горизонтальной дороге?
б) Каков максимальный угол наклона склона, по которому грузовик может поднимать прицеп?

18. Верёвка длиной 60 см переброшена через блок, укреплённый на вершине наклонной плоскости (рис. 23.6). Угол наклона плоскости 30°, коэффициент трения между верёвкой и плоскостью 0,3. Размерами и массой блока, а также трением в нём можно пренебречь. Какой может быть длина части верёвки, лежащей на плоскости, если верёвка не скользит?
Подсказка. Представьте верёвку как *систему двух тел.*

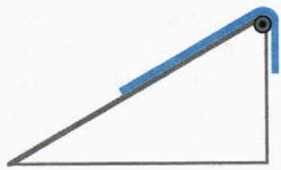


Рис. 23.6

§ 24. ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ. УЧЁТ ТРЕНИЯ МЕЖДУ ТЕЛАМИ СИСТЕМЫ

1. ТЕЛА В НАЧАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ДВИЖУТСЯ ДРУГ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГА

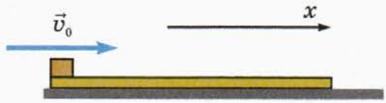


Рис. 24.1

Пусть на *гладком* столе лежит доска длиной L и массой $m_д$. На краю доски находится небольшой брусок массой $m_б$ (рис. 24.1). Коэффициент трения между бруском и доской μ. В начальный момент доска покоится, а бруску толчком сообщают начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную вдоль доски.

Как будут двигаться тела?

При скольжении бруска по доске на него и на доску действуют *противоположно* направленные равные по модулю силы трения скольжения $\vec{F}_{тр1}$ и $\vec{F}_{тр2}$ (рис. 24.2). В результате скорость бруска будет *уменьшаться*, а скорость доски — *увеличиваться*.

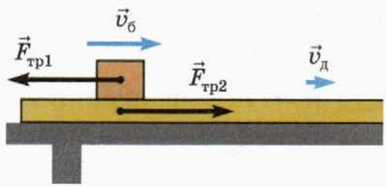


Рис. 24.2

Возможны *два* варианта дальнейшего развития событий:

1) брусок будет скользить по доске, пока их скорости не станут *равными*, то есть пока брусок не остановится *относительно доски*. Начиная с этого момента силы трения перестанут действовать на доску и брусок, и они будут скользить по гладкому столу вместе как *единое целое* с постоянной конечной скоростью $\vec{v}_к$ (рис. 24.3);

Рис. 24.3

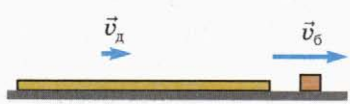


Рис. 24.4

2) скорости бруска и доски не успеют сравняться до того момента, когда брусок дойдёт до противоположного конца доски. В таком случае брусок соскользнёт с доски, после чего они будут двигаться по столу с *различными* скоростями $\vec{v}_б$ и $\vec{v}_д$, причём $v_б > v_д$ (рис. 24.4).

Рассмотрим сначала случай, когда доска с бруском будут двигаться как единое целое (см. рис. 24.3), и выведем условие, при котором этот случай реализуется.

1. Как зависят от времени проекции скорости бруска и доски на ось x, показанную на рисунке 24.1?

2. Через какой промежуток времени доска и брусок будут двигаться как единое целое?

3. Чему будет равна скорость доски с бруском, когда они будут двигаться как единое целое?

Найдём теперь условие того, что брусок будет скользить по доске до тех пор, пока их скорости не сравняются.

Так произойдёт, если путь l, пройденный бруском *относительно доски*, не превышает длины доски L. Путь l мы найдём, определив ускорение бруска *относительно доски*.

4. Чему равно ускорение бруска относительно доски?

5. Чему равен путь l, пройденный бруском *относительно доски* до того момента, когда их скорости сравнялись?

6. При выполнении какого условия доска и брусок будут двигаться как единое целое?

Рассмотрим конкретный пример.

7. Небольшой брусок массой 200 г находится на краю доски массой 1 кг, лежащей на гладком столе. Коэффициент трения между доской и бруском 0,5. В начальный момент скорость бруска 2,4 м/с, а доска покоится. Через некоторое время брусок и доска стали двигаться как единое целое.

а) С каким ускорением относительно доски двигался брусок?
б) Сколько времени брусок двигался по доске?
в) Какова минимально возможная длина доски?
г) Чему равна скорость доски с бруском, когда они движутся как единое целое?

Пусть теперь условие того, что доска и брусок станут двигаться как единое целое, не выполнено. Тогда брусок соскользнёт с доски, и скорость каждого тела при дальнейшем скольжении по столу останется такой, какой она была в момент соскальзывания бруска.

Чтобы найти конечные скорости бруска и доски, можно поступить, например, так.

1) Зная длину доски L, начальную скорость бруска v_0 и ускорение бруска *относительно доски*, найдём время $t_{ск}$, в течение которого брусок будет скользить по доске.

2) Зная время $t_{ск}$, найдём скорости бруска и доски в момент соскальзывания бруска с доски. С этими скоростями они и будут скользить далее по столу.

Воспользуйтесь этими советами при выполнении следующего задания.

8. Небольшой брусок массой 400 г находится на краю доски длиной 1 м и массой 800 г, лежащей на гладком столе (рис. 24.1). Коэффициент трения между доской и бруском 0,2. В начальный момент скорость бруска 3 м/с, а доска покоится.

а) С каким по модулю ускорением движется брусок *относительно доски*?

б) Какой должна была бы быть длина доски, чтобы скорость бруска относительно доски стала равной нулю?

в) Сколько времени брусок движется по доске согласно условию задания?

г) Чему равна скорость бруска *относительно стола* в тот момент, когда брусок соскользнёт с доски?

д) Какой путь пройдёт доска относительно стола до того момента, когда брусок соскользнёт с доски?

2. ТЕЛА В НАЧАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ПОКОЯТСЯ ДРУГ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРУГА

На *гладком* столе лежат один на другом два бруска (рис. 24.5). Массу нижнего бруска обозначим $m_н$, а массу верхнего — $m_в$. Коэффициент трения между брусками μ.

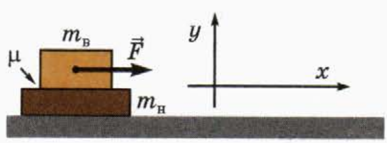


Рис. 24.5

К верхнему бруску прикладывают горизонтально направленную вправо силу $\vec{F}$.

Самое главное в таких задачах — увидеть *две* возможности:

1) бруски могут начать двигаться *друг относительно друга* — тогда между ними будут действовать силы трения *скольжения*;

2) бруски могут начать двигаться как *единое целое* — тогда между ними будут действовать силы трения *покоя*;

Начнём с первой возможности: в таком случае модуль силы трения *скольжения*, действующей на каждое тело, равен $\mu m_{\text{в}} g$. Модуль же силы трения покоя заранее неизвестен.

9. Объясните, почему *в случае, когда верхний брусок скользит по нижнему*, их ускорения относительно стола выражаются формулами

$$a_{\text{в}} = \frac{F}{m_{\text{в}}} - \mu g, \quad a_{\text{н}} = \frac{\mu m_{\text{в}} g}{m_{\text{н}}}.$$

Учтём теперь, что сила $\vec{F}$ приложена к *верхнему* бруску и что бруски вначале *покоились*. Если верхний брусок скользит по нижнему, то *ускорение верхнего бруска больше, чем ускорение нижнего*. Это позволяет получить *условие* того, что бруски движутся друг относительно друга.

10. Объясните, почему бруски будут двигаться друг относительно друга, если

$$F > \mu m_{\text{в}} g \frac{m_{\text{в}} + m_{\text{н}}}{m_{\text{н}}}.$$

11. На столе стоит тележка массой 500 г, а на ней лежит кирпич массой 2,5 кг. Коэффициент трения между кирпичом и тележкой 0,5, трением между тележкой и столом можно пренебречь. С какой горизонтальной силой надо тянуть кирпич, чтобы стащить его с тележки?

Итак, чтобы стащить *тяжёлый* кирпич со сравнительно *лёгкой* тележки, надо приложить к нему горизонтальную силу, которая в несколько раз превышает вес кирпича!

12. Объясните, почему тела движутся как единое целое, если

$$F \leqslant \mu m_{\text{в}} g \frac{m_{\text{в}} + m_{\text{н}}}{m_{\text{н}}}.$$

13. Объясните, почему, когда бруски движутся как единое целое, их (общее) ускорение a и модуль действующей на каждый брусок силы трения покоя $F_{\text{тр.пок}}$ выражаются формулами

$$a = \frac{F}{m_{\text{в}} + m_{\text{н}}}, \quad F_{\text{тр.пок}} = F\frac{m_{\text{в}}}{m_{\text{в}} + m_{\text{н}}}.$$

Рассмотрим теперь пример, когда горизонтальная сила приложена к *нижнему* бруску.

Пусть на гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $m_н$, а на нём — брусок массой $m_в$ (рис. 24.6). Коэффициент трения между брусками μ. К нижнему бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, переброшенная через блок, а к нити подвешен груз массой $m_г$. Как будут двигаться тела?

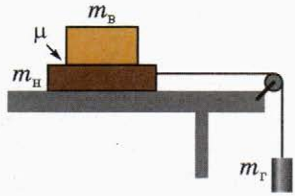


Рис. 24.6

В этой ситуации тоже есть *две* возможности:

1) бруски могут начать двигаться *друг относительно друга*;

2) бруски могут начать двигаться как *единое целое*.

На этот раз проще начать со *второй* возможности, потому что, когда бруски движутся как единое целое, мы можем рассматривать систему, состоящую только из *двух* тел — объединённого бруска массой $M = m_в + m_н$ и груза массой $m_г$.

14. С каким ускорением движутся бруски как единое целое?

15. С каким максимально возможным ускорением могут двигаться бруски как единое целое?

Подсказка. Ускорение *верхнему* бруску сообщает сила трения *покоя*, которая не превышает силу трения скольжения.

16. Объясните, почему бруски движутся как единое целое, если выполнено соотношение

$$\frac{m_г}{m_н + m_в + m_г} \leqslant \mu.$$

Если это соотношение не выполнено, то бруски будут двигаться *порознь*. Ускорение верхнему бруску сообщает в таком случае сила трения *скольжения*, равная по модулю $\mu m_в g$. Такая же по модулю, но противоположно направленная сила трения скольжения действует на нижний брусок.

17. Каковы ускорения брусков, если они движутся друг относительно друга?

18. На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $m_н = 0,5$ кг, а на нём — другой брусок массой $m_в = 0,3$ кг (см. рис. 24.6). К нижнему бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, переброшенная через блок, а к нити подвешен груз массой $m_г = 0,2$ кг. В начальный момент бруски покоятся.

а) При каком наименьшем коэффициенте трения μ_{min} между брусками они будут двигаться как единое целое?

б) С каким ускорением (ускорениями) движутся бруски при коэффициенте трения между ними 0,5?

в) С каким ускорением (ускорениями) движутся бруски, если коэффициент трения между ними равен 0,1?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

19. На гладком столе лежит доска длиной l и массой M. На одном конце доски находится небольшой брусок массой m (рис. 24.7). Коэффициент трения между бруском и доской μ. В начальный момент тела покоятся. Какую наименьшую скорость надо толчком сообщить доске, чтобы она выскользнула из-под бруска?

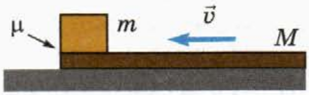


Рис. 24.7

20. На гладком столе лежат один на другом три одинаковых бруска массой $m = 100$ г каждый (рис. 24.8). Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,2$. К среднему бруску приложена горизонтально направленная сила $\vec{F}$.

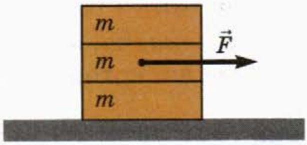


Рис. 24.8

а) С каким максимально возможным ускорением может двигаться верхний брусок?

б) С каким максимально возможным ускорением может двигаться нижний брусок?

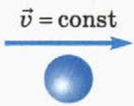
в) При каких значениях силы F все бруски будут двигаться как единое целое?

ГЛАВНОЕ В ЭТОЙ ГЛАВЕ

ТРИ ЗАКОНА НЬЮТОНА

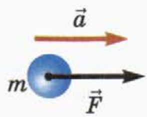
Первый закон Ньютона

Инерциальная система отсчёта:



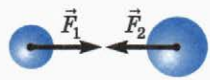
Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

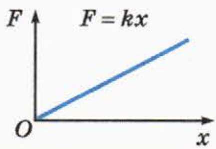


Закон всемирного тяготения

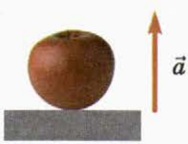
$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Закон Гука

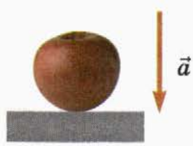
$$F_x = -kx$$



Вес тела, движущегося с ускорением



$$P = m(g + a)$$



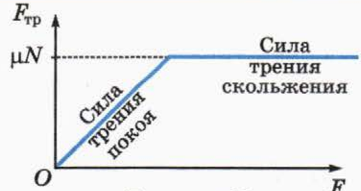
$$P = m(g - a)$$

Невесомость

$$\vec{a} = \vec{g} \Leftrightarrow \vec{P} = 0$$

Силы трения

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu N$$



$$F_{\text{тр.пок}} \leqslant \mu N$$

Глава 3 **ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ**

§ 25. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

1. ИМПУЛЬС

В некоторых случаях удаётся исследовать взаимодействие тел, не используя выражения для сил, действующих между телами. Это возможно благодаря тому, что существуют физические величины, которые остаются *неизменными* (*сохраняются*) при взаимодействии тел. В этой главе мы рассмотрим две такие величины — *импульс* и *механическую энергию*.

Начнём с импульса.

Физическую величину $\vec{p}$, равную произведению массы тела m на его скорость $\vec{v}$, называют *импульсом тела* (или просто *импульсом*):

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс — *векторная* величина. Модуль импульса $p = mv$, а направление импульса совпадает с направлением скорости тела. Единицей импульса является $1\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

1. По шоссе в направлении на север со скоростью 40 км/ч едет грузовик массой 3 т. В каком направлении и с какой скоростью должен ехать легковой автомобиль массой 1 т, чтобы его импульс был равен импульсу грузовика?

2. Мяч массой 400 г свободно падает без начальной скорости с высоты 5 м. После удара мяч отскакивает вверх, причём модуль скорости мяча в результате удара не изменяется.

а) Чему равен и как направлен импульс мяча непосредственно перед ударом?

б) Чему равен и как направлен импульс мяча сразу после удара?

в) Чему равно и как направлено *изменение импульса* мяча в результате удара? Найдите изменение импульса графически.

Подсказка. Если импульс тела был равен $\vec{p}_1$, а стал равен $\vec{p}_2$, то изменение импульса $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$.

2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Важнейшим свойством импульса является то, что при определённых условиях *суммарный* импульс *взаимодействующих* тел остаётся неизменным (сохраняется).

Поставим опыт

Две одинаковые тележки могут катиться по столу вдоль одной прямой практически без трения[1]. Отсутствие трения — важное условие нашего опыта!

Установим на тележках защёлки, благодаря которым тележки после столкновения движутся *как одно тело*. Пусть правая тележка вначале покоится, а левой толчком сообщим скорость $\vec{v}_0$ (рис. 25.1, *а*).

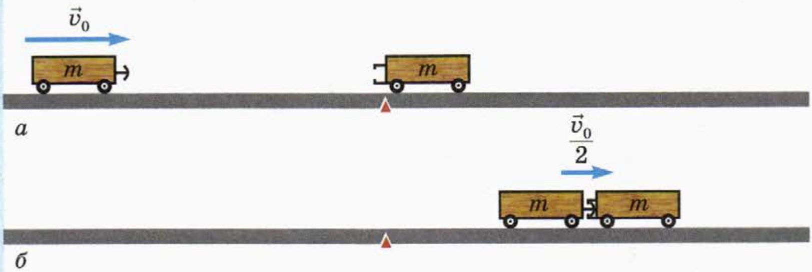


Рис. 25.1

После столкновения тележки движутся вместе. Измерения показывают, что их общая скорость *в 2 раза меньше*, чем начальная скорость левой тележки (25.1, б).

Обозначим массу каждой тележки m и сравним *суммарные* импульсы тележек до и после столкновения.

До столкновения	**После столкновения**
$m\vec{v}_0 + 0 = m\vec{v}_0$	$m\frac{\vec{v}_0}{2} + m\frac{\vec{v}_0}{2} = m\vec{v}_0$

Мы видим, что *суммарный импульс тележек остался неизменным* (*сохранился*).

Может быть, это справедливо только тогда, когда тела после взаимодействия движутся как единое целое?

[1] Этот опыт можно поставить при наличии современного оборудования.

Поставим опыт

Заменим защёлки на упругую пружину и повторим опыт (рис. 25.2).

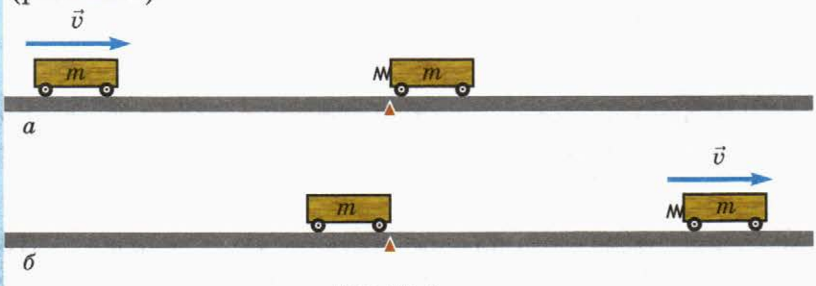


Рис. 25.2

На этот раз левая тележка остановилась, а правая приобрела скорость, равную начальной скорости левой тележки.

3. Докажите, что и в этом случае *суммарный импульс тележек сохранился*.

Может быть, это справедливо только тогда, когда массы взаимодействующих тел равны?

Поставим опыт

Закрепим на правой тележке ещё одну такую же тележку и повторим опыт (рис. 25.3).

Теперь после столкновения левая тележка стала двигаться в *противоположном* направлении (то есть влево) со скоростью, равной $-\dfrac{\vec{v}}{3}$, а сдвоенная тележка стала двигаться вправо со скоростью $\dfrac{2\vec{v}}{3}$.

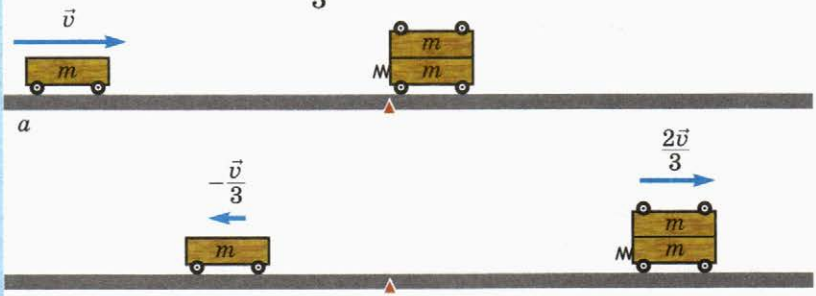


Рис. 25.3

4. Докажите, что и в этом опыте *суммарный импульс тележек сохранился.*

Чтобы определить, при каких условиях суммарный импульс тел сохраняется, введём представление о *замкнутой системе тел*. Так называют систему тел, которые взаимодействуют только друг с другом (то есть не взаимодействуют с телами, не входящими в эту систему).

В точности замкнутых систем тел в природе не существует — хотя бы потому, что невозможно «отключить» силы всемирного тяготения.

Но во многих случаях систему тел с хорошей точностью можно считать замкнутой. Например, когда *внешние* силы (силы, действующие на тела системы со стороны других тел) уравновешивают друг друга или ими можно пренебречь.

Именно так и было в наших опытах с тележками: действующие на них внешние силы (сила тяжести и сила нормальной реакции) уравновешивали друг друга, а силой трения можно было пренебречь. Поэтому скорости тележек изменялись только вследствие их *взаимодействия друг с другом*.

Описанные опыты, как и многие другие, подобные им, свидетельствуют о том, что выполняется

***закон сохранения импульса*: векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, не изменяется при любых взаимодействиях между телами системы:**

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... = \text{const}. \quad (1)$$

Закон сохранения импульса выполняется только в инерциальных системах отсчёта.

Закон сохранения импульса как следствие законов Ньютона

Покажем на примере замкнутой системы двух взаимодействующих тел, что *закон сохранения импульса — следствие второго и третьего законов Ньютона.*

Обозначим массы тел m_1 и m_2, а их начальные скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Тогда векторная сумма импульсов тел

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2. \quad (2)$$

Пусть в течение промежутка времени Δt взаимодействующие тела двигались с ускорениями $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$.

5. Объясните, почему изменение суммарного импульса тел можно записать в виде

$$\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = m_1\vec{a}_1\Delta t + m_2\vec{a}_2\Delta t. \tag{3}$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что для каждого тела $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$, а также тем, что $\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t$.

6. Обозначим $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ силы, действующие соответственно на первое и второе тело. Докажите, что

$$\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t. \tag{4}$$

Подсказка. Воспользуйтесь вторым законом Ньютона и тем, что система замкнута, вследствие чего ускорения тел обусловлены только силами, с которыми эти тела действуют друг на друга.

7. Докажите, что

$$\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0. \tag{5}$$

Подсказка. Воспользуйтесь третьим законом Ньютона.

Итак, *изменение* суммарного импульса взаимодействующих тел равно *нулю*. А если *изменение* некоторой величины равно нулю, то это означает, что эта величина *сохраняется*.

8. Почему из приведённого рассуждения следует, что закон сохранения импульса выполняется только в инерциальных системах отсчёта?

3. ИМПУЛЬС СИЛЫ

Есть такая поговорка: «Знать бы, где упадёшь, — соломки постелил бы». А зачем нужна «соломка»? Почему спортсмены на тренировках и соревнованиях падают или прыгают на мягкие маты, а не на твёрдый пол? Почему после прыжка надо приземляться на согнутые ноги, а не на выпрямленные? Зачем в автомобилях нужны ремни и подушки безопасности?

Мы сможем ответить на все эти вопросы, познакомившись с понятием «импульс силы».

Импульсом силы называют произведение силы $\vec{F}$ на промежуток времени Δt, в течение которого действует эта сила.

Название «импульс силы» не случайно «перекликается» с понятием «импульс». Рассмотрим случай, когда на тело массой m в течение промежутка времени Δt действует сила $\vec{F}$.

9. Докажите, что изменение импульса тела $\Delta\vec{p}$ равно импульсу действующей на это тело силы:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \qquad (6)$$

Подсказка. Воспользуйтесь тем, что $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$, и вторым законом Ньютона.

Перепишем формулу **(6)** в виде

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}. \qquad (7)$$

Эта формула представляет собой другую форму записи второго закона Ньютона[1]. Из неё следует, что на тело действует большая сила, если его импульс существенно изменяется за очень краткий промежуток времени Δt.

Вот почему при ударах и столкновениях возникают большие силы: удары и столкновения характеризуются как раз *малым интервалом времени* взаимодействия.

Чтобы ослабить силу удара или уменьшить силы, возникающие при столкновении тел, надо *удлинить* промежуток времени, в течение которого происходит удар или столкновение.

10. Объясните смысл поговорки, приведённой в начале этого раздела, а также ответьте на другие вопросы, помещённые в том же абзаце.

11. Мяч массой 400 г ударился о стену и отскочил от неё с той же по модулю скоростью, равной 5 м/с. Перед самым ударом скорость мяча была направлена горизонтально. Чему равна средняя сила давления мяча на стену, если он соприкасался со стеной в течение 0,02 с?

12. Чугунная болванка массой 200 кг падает с высоты 1,25 м в песок и погружается в него на 5 см.

а) Чему равен импульс болванки непосредственно перед ударом?

б) Чему равно изменение импульса болванки за время удара?

в) Сколько времени длился удар?

г) Чему равна средняя сила удара?

[1] Именно в таком виде сформулировал этот закон сам Ньютон.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Импульс тела

$\vec{p} = m\vec{v}$

Импульс силы

$\vec{F}\Delta t$

$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$

$\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Закон сохранения импульса

Для замкнутой системы тел $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... = \text{const}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

13. Шарик массой 200 г движется со скоростью 2 м/с влево. Как должен двигаться другой шарик массой 100 г, чтобы суммарный импульс шариков был равен нулю?

14. Шарик массой 300 г равномерно движется по окружности радиусом 50 см со скоростью 2 м/с. Чему равен модуль изменения импульса шарика:

а) за один полный период обращения?

б) за половину периода обращения?

в) за 0,39 с?

15. Первая доска лежит на асфальте, а вторая такая же — на рыхлом песке. Объясните, почему в первую доску легче забить гвоздь, чем во вторую?

16. Пуля массой 10 г, летевшая со скоростью 700 м/с, пробила доску, после чего скорость пули стала равной 300 м/с. Внутри доски пуля двигалась в течение 40 мкс.

а) Чему равно изменение импульса пули вследствие прохождения сквозь доску?

б) С какой средней силой пуля действовала на доску при прохождении сквозь неё?

§ 26. УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Как мы уже говорили, в точности замкнутых систем тел не существует. Поэтому возникает вопрос: *в каких случаях можно применять закон сохранения импульса к незамкнутым системам тел*? Рассмотрим эти случаи.

1. ВНЕШНИЕ СИЛЫ УРАВНОВЕШИВАЮТ ДРУГ ДРУГА ИЛИ ИМИ МОЖНО ПРЕНЕБРЕЧЬ

С этим случаем мы уже познакомились в предыдущем параграфе на примере двух взаимодействующих тележек.

В качестве второго примера вспомним первоклассника и десятиклассника, соревнующихся в перетягивании каната, стоя на скейтбордах (рис. 26.1). При этом внешние силы также уравновешивают друг друга, а силой трения можно пренебречь. Поэтому сумма импульсов соперников сохраняется.

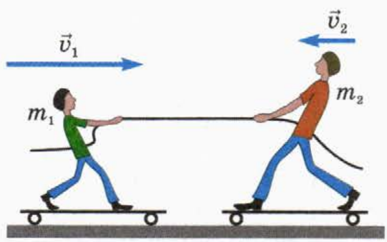


Рис. 26.1

Пусть в начальный момент школьники покоились. Тогда их суммарный импульс в начальный момент равен *нулю*. Согласно закону сохранения импульса он останется равным нулю и тогда, когда они будут двигаться. Следовательно,

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0, \tag{1}$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — скорости школьников в произвольный момент (пока действия всех других тел компенсируются).

? **1.** Докажите, что отношение модулей скоростей мальчиков обратно отношению их масс:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}. \tag{2}$$

Обратите внимание: это соотношение будет выполняться *независимо от того, как взаимодействуют* соперники. Например, не имеет значения, тянут они канат рывками или плавно, перебирает канат руками только кто-то один из них или оба.

2. На рельсах стоит платформа массой 120 кг, а на ней — человек массой 60 кг (рис. 26.2, *а*). Трением между колёсами платформы и рельсами можно пренебречь. Человек начинает идти вдоль платформы вправо со скоростью 1,2 м/с *относительно платформы* (рис. 26.2, б).

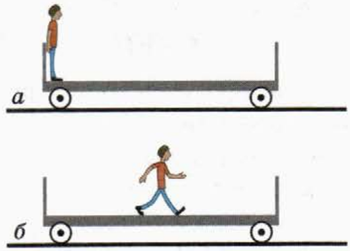


Рис. 26.2

Начальный суммарный импульс платформы и человека равен нулю в системе отсчёта, связанной с *землёй*. Поэтому применим закон сохранения импульса в этой системе отсчёта.

а) Чему равно отношение скорости человека к скорости платформы *относительно земли*?

б) Как связаны модули скорости человека относительно платформы, скорости человека относительно земли и скорости платформы относительно земли?

в) С какой скоростью и в каком направлении будет двигаться платформа *относительно земли*?

г) Чему будут равны скорости человека и платформы относительно земли, когда он дойдёт до её противоположного конца и остановится?

2. ПРОЕКЦИЯ ВНЕШНИХ СИЛ НА НЕКОТОРУЮ ОСЬ КООРДИНАТ РАВНА НУЛЮ

Пусть, например, по рельсам со скоростью $\vec{v}$ катится тележка с песком массой $m_т$. Будем считать, что трением между колёсами тележки и рельсами можно пренебречь.

В тележку падает груз массой $m_г$ (рис. 26.3, *а*), и тележка катится далее с грузом (рис. 26.3, *б*). Обозначим конечную скорость тележки с грузом $\vec{v}_к$.

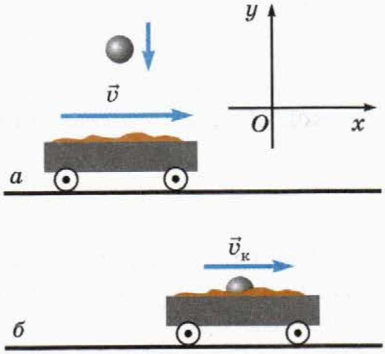


Рис. 26.3

Введём оси координат, как показано на рисунке. На тела действовали только *вертикально* направленные *внешние* силы (сила тяжести и сила нормальной реакции со стороны рельсов). Эти силы не могут изменить *горизонтальные* проекции импульсов тел. Поэтому *проекция суммарного импульса тел на горизонтально направленную ось x осталась неизменной.*

3. Докажите, что конечная скорость тележки с грузом

$$v_к = v\frac{m_т}{m_т + m_г}.$$

Мы видим, что скорость тележки после падения груза *уменьшилась.*

Уменьшение скорости тележки объясняется тем, что часть своего начального горизонтально направленного импульса она передала грузу, разгоняя его до скорости $\vec{v}_к$. Когда тележка разгоняла груз, он, согласно третьему закону Ньютона, тормозил тележку.

Обратите внимание на то, что в рассматриваемом процессе *суммарный импульс тележки и груза не сохранялся.* Неизменной осталась лишь *проекция* суммарного импульса тел на *горизонтально* направленную ось x.

Проекция же суммарного импульса тел на *вертикально* направленную ось y в данном процессе изменилась: перед падением груза она была отлична от нуля (груз двигался вниз), а после падения груза она стала равной нулю (оба тела движутся горизонтально).

4. В стоящую на рельсах тележку с песком массой 20 кг влетает груз массой 10 кг. Скорость груза непосредственно перед попаданием в тележку равна 6 м/с и направлена под углом 60° к горизонту (рис. 26.4). Трением между колёсами тележки и рельсами можно пренебречь.

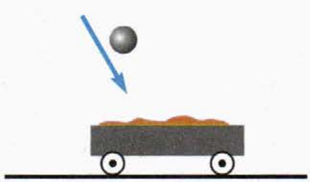


Рис. 26.4

а) Какая проекция суммарного импульса в данном случае сохраняется?

б) Чему равна горизонтальная проекция импульса груза непосредственно перед его попаданием в тележку?

в) С какой скоростью будет двигаться тележка с грузом?

3. УДАРЫ, СТОЛКНОВЕНИЯ, РАЗРЫВЫ, ВЫСТРЕЛЫ

В этих случаях происходит *значительное изменение* скорости тел (а значит, и их импульса) *за очень краткий промежуток времени*. Как мы уже знаем (см. предыдущий параграф), это означает, что в течение этого промежутка времени тела действуют друг на друга *с большими силами*. Обычно эти силы намного превышают внешние силы, действующие на тела системы.

Поэтому систему тел *во время таких взаимодействий* можно с хорошей степенью точности считать замкнутой, благодаря чему можно использовать закон сохранения импульса.

Например, когда во время пушечного выстрела ядро движется внутри ствола пушки, силы, с которыми действуют друг на друга пушка и ядро, намного превышают горизонтально направленные внешние силы, действующие на эти тела.

5. Из пушки массой 200 кг выстрелили в горизонтальном направлении ядром массой 10 кг (рис. 26.5). Ядро вылетело из пушки со скоростью 200 м/с. Какова скорость пушки при отдаче?

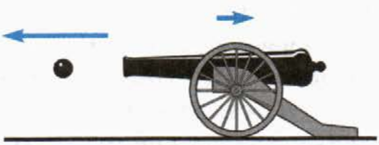


Рис. 26.5

При столкновениях тела также действуют друг на друга с довольно большими силами в течение краткого промежутка времени.

Наиболее простым для изучения является так называемое *абсолютно неупругое столкновение* (или *абсолютно неупругий удар*). Так называют столкновение тел, в результате которого они начинают двигаться как единое целое. Именно так взаимодействовали тележки в первом опыте (см. рис. 25.1), рассмотренном в предыдущем параграфе. Найти общую скорость тел после абсолютно неупругого столкновения довольно просто.

6. Два пластилиновых шарика массой m_1 и m_2 движутся со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. В результате столкновения они стали двигаться как единое целое. Докажите, что их общую скорость $\vec{v}$ можно найти с помощью формулы

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Обычно рассматривают случаи, когда тела до столкновения движутся вдоль одной прямой. Направим ось x вдоль этой прямой. Тогда в проекциях на эту ось формула (3) принимает вид

$$v_x = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

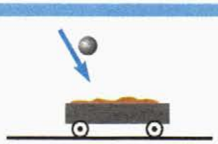
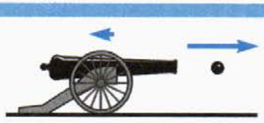
Направление общей скорости тел после абсолютно неупругого столкновения определяется знаком проекции v_x.

7. Объясните, почему из формулы (4) следует, что скорость «объединённого тела» будет направлена так же, как начальная скорость тела с бо́льшим импульсом.

8. Две тележки движутся навстречу друг другу. При столкновении они сцепляются и движутся как единое целое. Обозначим массу и скорость тележки, которая вначале ехала вправо, $m_{\text{п}}$ и $\vec{v}_{\text{п}}$, а массу и скорость тележки, которая вначале ехала влево, $m_{\text{л}}$ и $\vec{v}_{\text{л}}$. В каком направлении и с какой скоростью будут двигаться сцепленные тележки, если:

а) $m_{\text{п}} = 1$ кг, $v_{\text{п}} = 2$ м/с, $m_{\text{л}} = 2$ кг, $v_{\text{л}} = 0{,}5$ м/с?
б) $m_{\text{п}} = 1$ кг, $v_{\text{п}} = 2$ м/с, $m_{\text{л}} = 4$ кг, $v_{\text{л}} = 0{,}5$ м/с?
в) $m_{\text{п}} = 1$ кг, $v_{\text{п}} = 2$ м/с, $m_{\text{л}} = 0{,}5$ кг, $v_{\text{л}} = 6$ м/с?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Условия применения закона сохранения импульса	
Внешние силы уравновешивают друг друга или ими можно пренебречь	
Проекция внешних сил на некоторую ось координат равна нулю	
Удары, столкновения, разрывы, выстрелы	

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ[1]

9. На рельсах стоит тележка массой 100 кг. Бегущий вдоль рельсов школьник массой 50 кг с разбега запрыгнул на эту тележку, после чего она вместе со школьником стала двигаться со скоростью 2 м/с. Чему была равна скорость школьника непосредственно перед прыжком?

10. На рельсах недалеко друг от друга стоят две тележки массой M каждая. На первой из них стоит человек массой m. Человек перепрыгивает с первой тележки на вторую.
а) Скорость какой тележки будет больше?
б) Чему будет равно отношение скоростей тележек?

11. Из зенитного орудия, установленного на железнодорожной платформе, производят выстрел снарядом массой m под углом α к горизонту. Начальная скорость снаряда v_0. Какую скорость приобретёт платформа, если её масса вместе с орудием равна M? В начальный момент платформа покоилась.

12. Скользящая по льду шайба массой 160 г ударяется о лежащую льдинку. После удара шайба скользит в прежнем направлении, но модуль её скорости уменьшился вдвое. Скорость же льдинки стала равной начальной скорости шайбы. Чему равна масса льдинки?

13. На одном конце платформы длиной 10 м и массой 240 кг стоит человек массой 60 кг. Каково будет перемещение платформы относительно земли, когда человек перейдёт к её противоположному концу?

Подсказка. Примите, что человек идёт с постоянной скоростью v относительно платформы; выразите через v скорость платформы относительно земли.

14. В лежащий на длинном столе деревянный брусок массой M попадает летящая горизонтально со скоростью v пуля массой m и застревает в нём. Сколько времени после этого брусок будет скользить по столу, если коэффициент трения между столом и бруском равен μ?

[1] В заданиях к этому параграфу предполагается, что трением можно пренебречь (если не указан коэффициент трения).

§ 27. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ. ОСВОЕНИЕ КОСМОСА

1. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Из закона сохранения импульса следует: чтобы разогнаться, надо что-то оттолкнуть назад.

Например, когда человек разбегается, он ногами толкает назад дорогу; автомобиль толкает назад дорогу вращающимися ведущими колёсами; гребец веслом толкает назад воду.

А что можно оттолкнуть назад, когда вокруг *ничего нет* — как у ракеты в открытом космосе?

В таком случае надо *брать с собой* то, что можно будет потом отталкивать назад.

Так, лодку можно разогнать и без вёсел, если запастись, например, большим количеством мячей и бросать их из лодки назад (рис. 27.1).

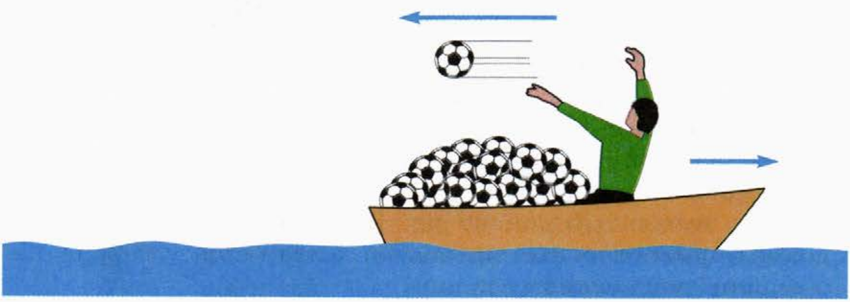


Рис. 27.1

Подобным же образом приходит в движение и пушка при отдаче во время выстрела: толкая ядро, пушка согласно закону сохранения импульса и сама получает толчок.

Движение, при котором тело изменяет свою скорость, отбрасывая свою часть, называют *реактивным*.

Принцип действия ракеты

Наиболее важный практический пример реактивного движения представляет собой движение *ракеты*.

Вы можете сами сделать простейшую модель ракеты — для этого достаточно взять обыкновенный воздушный шарик.

Поставим опыт

Надуйте шарик и, не завязывая его, отпустите. Воздух будет выходить из шарика, и он полетит в сторону, *противоположную* направлению струи воздуха (рис. 27.2).

Рис. 27.2

Движение шарика объясняется законом сохранения импульса.

В начальный момент шарик с содержащимся в нём воздухом *покоился* относительно земли. Согласно закону сохранения импульса суммарный импульс шарика и вышедшего из него воздуха должен оставаться равным нулю. Поэтому выходящий из шарика воздух и шарик должны двигаться в *противоположных* направлениях.

Ракета сходна в этом отношении с детским воздушным шариком. Подобно воздуху, выходящему из шарика, из сопла ракеты с огромной скоростью вылетают *назад* продукты сгорания топлива (раскалённый газ). При этом согласно закону сохранения импульса ракете сообщается импульс, направленный вперёд (рис. 27.3).

Рис. 27.3

Выберем инерциальную систему отсчёта, в которой в начальный момент ракета покоилась, причём её двигатель был выключен. Пусть при включении двигателя из сопла ракеты вылетела порция газа массой $m_г$ со скоростью $\vec{v}_г$ относительно выбранной системы отсчёта.

Согласно закону сохранения импульса суммарный импульс ракеты и газа в этой системе отсчёта остался равным нулю. Поэтому

$$m_р\vec{v}_р + m_г\vec{v}_г = 0. \qquad (1)$$

Здесь $m_р$ — масса ракеты (оставшаяся после выброса порции газа), $\vec{v}_р$ — скорость, которую *приобрела* ракета в выбранной системе отсчёта (в которой её начальная скорость равна нулю). Следовательно, $\vec{v}_р$ — это *изменение* скорости ракеты в этой системе отсчёта.

1. Докажите, что изменение скорости ракеты прямо пропорционально массе выброшенного газа и его скорости относительно ракеты и обратно пропорционально массе ракеты.

Ракеты используют для запуска искусственных спутников Земли, обслуживания орбитальных станций, межпланетных полётов.

В головной части ракеты расположена кабина космонавтов. В начале полёта на эту часть приходится всего *несколько процентов* от общей массы ракеты. Основную же массу ракеты в начале полёта составляет запас топлива.

В современных ракетах скорость вылетающего газа (относительно ракеты) составляет несколько километров в секунду (в несколько раз больше скорости пули). Как следует из соотношения (1), для того чтобы даже при такой огромной скорости вылетающего газа ракета приобрела первую космическую скорость (около 8 км/с), необходимо, чтобы масса топлива в несколько раз превышала массу полезного груза.

Однако *весь* газ нельзя выбрасывать из ракеты *сразу*! Дело в том, что ускорение ракеты было бы при этом настолько большим, что возникшую перегрузку не смогли бы выдержать не только космонавты, но и приборы.

Почему ракеты делают многоступенчатыми?

Чтобы избежать больших перегрузок, ракета должна разгоняться в течение достаточно *длительного* промежутка времени. А при длительном разгоне вылетающий из сопла ракеты газ должен разгонять не только саму ракету, но и весь огромный запас топлива, который ракета несёт в своём корпусе. В результате расход топлива многократно увеличивается.

Например, чтобы без чрезмерных перегрузок разогнать ракету до первой космической скорости, масса топлива должна в *десятки* раз превышать массу полезного груза. Поэтому ракету делают *многоступенчатой*.

Первая и вторая ступени ракеты представляют собой ёмкости с топливом, камерами сгорания и соплами. Когда топливо, содержащееся в первой ступени, сгорает, она отделяется от ракеты, в результате чего масса ракеты значительно уменьшается. Затем то же происходит со второй ступенью, после чего включаются двигатели третьей ступени, завершающие разгон ракеты до расчётной скорости.

Расчёт передаваемого ракете импульса

Рассмотрим несколько упрощённый пример расчёта скорости движения ракеты.

2. При работе двигателя из сопла ракеты массой 100 т ежесекундно выбрасывается 100 кг газа со скоростью 4 км/с относительно ракеты. Считайте, что изменением массы ракеты за рассматриваемый промежуток времени можно пренебречь.

а) Чему равен импульс выброшенного за 1 с газа в инерциальной системе отсчёта, в которой ракета в начальный момент покоилась?

б) Чему равно изменение импульса ракеты за 1 с в той же системе отсчёта?

в) Какая сила действовала на ракету со стороны газа?

г) Чему равно ускорение ракеты в упомянутой системе отсчёта?

2. РАЗВИТИЕ РАКЕТОСТРОЕНИЯ И ОСВОЕНИЕ КОСМОСА

Основы теории реактивного движения заложил Константин Эдуардович Циолковский.

К. Э. Циолковский
(1857–1935)

После перенесённой в детстве скарлатины он практически оглох и не мог посещать школу. Но он оказался гениальным самоучкой и стал одним из самых просвещённых людей своего времени.

Исследования, положившие начало космической эры человечества, Константин Эдуардович проводил, работая учителем калужской гимназии.

Он предложил использовать многоступенчатые ракеты, разработал принципы систем жизнеобеспечения экипажа.

К. Э. Циолковскому принадлежит знаменитое изречение: «Земля — колыбель разума, но нельзя вечно жить в колыбели».

Мечту Циолковского о космических полётах первыми осуществили наши соотечественники под руководством Сергея Павловича Королёва.

Первый искусственный спутник Земли был запущен в СССР 4 октября 1957 года.

Первым космонавтом Земли стал Юрий Алексеевич Гагарин. Его космический полёт состоялся 12 апреля 1961 года.

Ю. А. Гагарин (1934–1968) **С. П. Королёв** (1907–1966)

Современное состояние космических исследований

Со времени первых космических полётов ракеты были значительно усовершенствованы, и сегодня на околоземные орбиты с их помощью выводятся большие космические станции, на которых постоянно работают космонавты.

Ракеты выводят на орбиты сотни спутников связи, которые обеспечивают передачи тысяч телевизионных программ и миллионов телефонных разговоров, благодаря чему вся планета окутана сегодня «паутиной» надёжных систем связи.

Запущены исследовательские ракеты на Венеру, Марс и другие планеты Солнечной системы. На спутниках устанавливают мощные телескопы, с помощью которых учёные заглядывают всё дальше и дальше в глубины Вселенной.

Россия принимает активное участие в международных космических проектах, в частности с помощью международных космических станций.

На рисунке 27.4 приведена полученная из космоса фотография международной космической станции на фоне Земли.

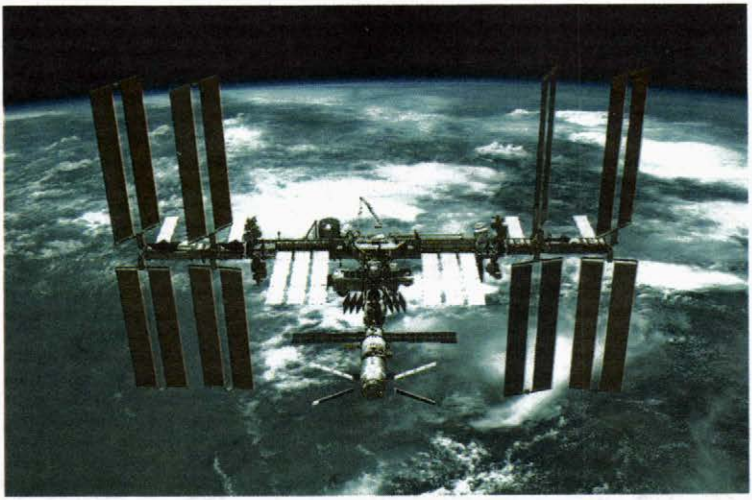


Рис. 27.4

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

3. Расскажите, в чём состоит принцип действия ракеты.

4. Как связаны скорость ракеты и скорость выбрасываемого ракетой газа?

5. Объясните, почему нельзя доставить груз на орбитальную станцию самолётом.

6. Для чего ракеты делают многоступенчатыми?

7. Используя Интернет, подготовьте вместе с одноклассниками иллюстрированную презентацию о современных космических исследованиях.

8. Двигатель ракеты выбрасывает газ равными порциями с одинаковыми скоростями относительно ракеты. Как будут изменяться приращения скорости ракеты при выбрасывании очередной порции газа?

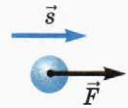
9. Изготовьте сегнерово колесо (рис. 27.5) и объясните принцип его действия. В какую сторону будет вращаться ведёрко, изображённое на рисунке?

Рис. 27.5

§ 28. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОТЫ

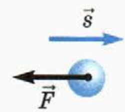
С механической работой (работой силы) вы уже знакомы из курса физики основной школы. Напомним приведённое там определение механической работы для следующих случаев.



Если сила $\vec{F}$ направлена так же, как перемещение $\vec{s}$ тела, то работа силы

$$A = Fs. \qquad (1)$$

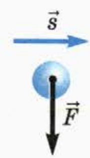
В этом случае работа силы *положительна*.



Если сила $\vec{F}$ направлена *противоположно* перемещению $\vec{s}$ тела, то работа силы

$$A = -Fs. \qquad (2)$$

В этом случае работа силы *отрицательна*.



Если сила $\vec{F}$ направлена *перпендикулярно* перемещению $\vec{s}$ тела, то работа силы *равна нулю*:

$$A = 0. \qquad (3)$$

Работа — *скалярная* величина. Единицу работы называют *джоуль* (обозначают: Дж) в честь английского учёного Джеймса Джоуля, сыгравшего важную роль в открытии закона сохранения энергии. Из формулы (1) следует:

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

1. Брусок массой 0,5 кг переместили по столу на 2 м, прикладывая к нему силу упругости, равную 4 Н (рис. 28.1). Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,2. Чему равна работа действующей на брусок:

а) силы тяжести $m\vec{g}$?

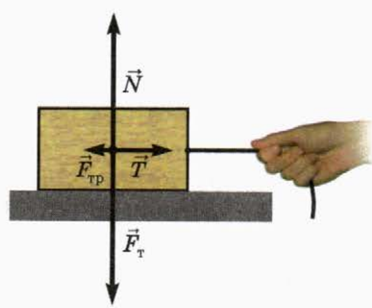


Рис. 28.1

б) силы нормальной реакции $\vec{N}$?

в) силы упругости $\vec{T}$?

г) силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$?

Суммарную работу нескольких сил, действующих на тело, можно найти двумя способами:

1. Найти работу каждой силы и сложить эти работы с учётом знаков.

2. Найти равнодействующую всех приложенных к телу сил и вычислить работу равнодействующей.

Оба способа приводят к одному и тому же результату. Чтобы убедиться в этом, вернитесь к предыдущему заданию и ответьте на вопросы задания 2.

2. Чему равна:

а) сумма работ всех действующих на брусок сил?

б) равнодействующая всех действующих на брусок сил?

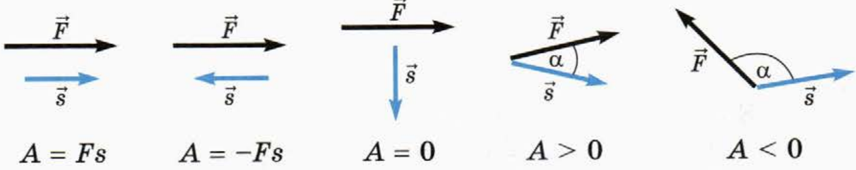
в) работа равнодействующей?

В общем случае (когда сила $\vec{F}$ направлена под произвольным углом к перемещению $\vec{s}$) определение работы силы таково.

Работа A постоянной силы $\vec{F}$ равна произведению модуля силы F на модуль перемещения s и на косинус угла α между направлением силы и направлением перемещения:

$$A = Fs\cos\alpha. \quad (4)$$

3. Покажите, что из общего определения работы следуют выводы, показанные на следующей схеме. Сформулируйте их словесно и запишите в тетрадь.



4. К находящемуся на столе бруску приложена сила, модуль которой 10 Н. Чему равен угол между этой силой и перемещением бруска, если при перемещении бруска по столу на 60 см эта сила совершила работу: а) 6 Дж; б) 3 Дж; в) −3 Дж; г) −6 Дж? Сделайте пояснительные чертежи.

2. РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Пусть тело массой m движется вертикально от начальной высоты $h_н$ до конечной высоты $h_к$.

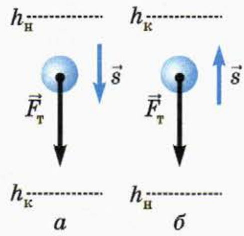


Рис. 28.2

Если тело движется вниз ($h_н > h_к$, рис. 28.2, *а*), направление перемещения совпадает с направлением силы тяжести, поэтому работа силы тяжести положительна. Если же тело движется вверх ($h_н < h_к$, рис. 28.2, *б*), то работа силы тяжести отрицательна.

В *обоих* случаях работа силы тяжести

$$A = mg(h_н - h_к). \quad (5)$$

Найдём теперь работу силы тяжести при движении *под углом к вертикали*.

5. Небольшой брусок массой m соскользнул вдоль наклонной плоскости длиной s и высотой h (рис. 28.3). Наклонная плоскость составляет угол α с *вертикалью*.

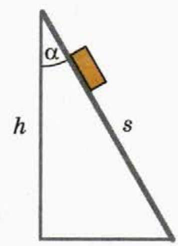


Рис. 28.3

а) Чему равен угол между направлением силы тяжести и направлением перемещения бруска? Сделайте пояснительный чертёж.

б) Выразите работу силы тяжести через m, g, s, α.

в) Выразите s через h и α.

г) Выразите работу силы тяжести через m, g, h.

д) Чему равна работа силы тяжести при движении бруска вдоль всей этой же плоскости *вверх*?

Выполнив это задание, вы убедились, что работа силы тяжести выражается формулой (5) и тогда, когда тело движется под углом к вертикали — как вниз, так и вверх.

Но тогда формула (5) для работы силы тяжести справедлива при движении тела по *любой* траектории, потому что любую траекторию (рис. 28.4, *а*) можно представить как совокупность малых «наклонных плоскостей» (рис. 28.4, *б*).

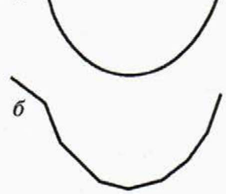


Рис. 28.4

Таким образом,

работа силы тяжести при движении по *любой* траектории выражается формулой

$$A_т = mg(h_н - h_к),$$

где $h_н$ — начальная высота тела, $h_к$ — его конечная высота.

Работа силы тяжести *не зависит от формы траектории*.

Например, работа силы тяжести при перемещении тела из точки A в точку B (рис. 28.5) по траектории *1*, *2* или *3* одинакова. Отсюда, в частности, следует, что *работа силы тяжести при перемещении по замкнутой траектории (когда тело возвращается в исходную точку) равна нулю*.

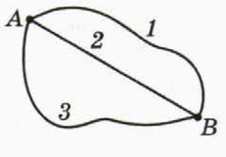


Рис. 28.5

6. Шар массой m, висящий на нити длиной l, отклонили на 90°, держа нить натянутой, и отпустили без толчка.

а) Чему равна работа силы тяжести за время, в течение которого шар движется к положению равновесия (рис. 28.6)?

б) Чему равна работа силы упругости нити за то же время?

в) Чему равна работа равнодействующей сил, приложенных к шару, за то же время?

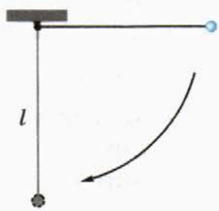


Рис. 28.6

3. РАБОТА СИЛЫ УПРУГОСТИ

Когда пружина *возвращается* в недеформированное состояние, сила упругости $\vec{F}$ совершает всегда *положительную* работу: её направление совпадает с направлением перемещения $\vec{s}$ (рис. 28.7).

Найдём работу силы упругости $\vec{F}$.

Модуль этой силы связан с модулем деформации x соотношением (см. § 15)

$$F = kx. \qquad (6)$$

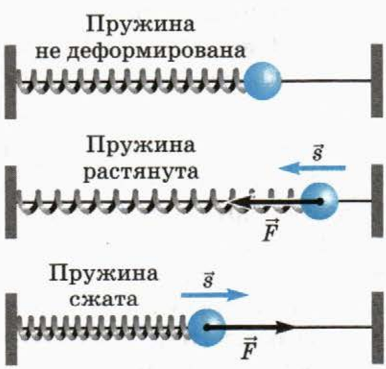


Рис. 28.7

Работу такой силы можно найти графически.

Заметим сначала, что работа *постоянной* силы численно равна площади прямоугольника под графиком зависимости силы от перемещения (рис. 28.8).

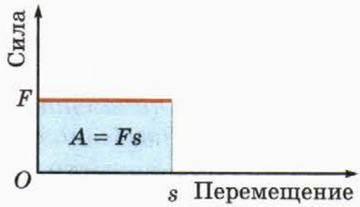


Рис. 28.8

На рисунке 28.9 изображён график зависимости $F(x)$ для силы упругости. Разобьём мысленно всё перемещение тела на столь малые промежутки, чтобы на каждом из них силу можно было считать постоянной.

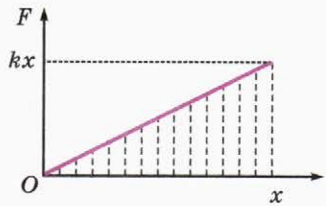


Рис. 28.9

Тогда работа на каждом из этих промежутков численно равна площади фигуры под соответствующим участком графика. Вся же работа равна сумме работ на этих участках.

Следовательно, и в этом случае *работа численно равна площади фигуры под графиком зависимости* $F(x)$.

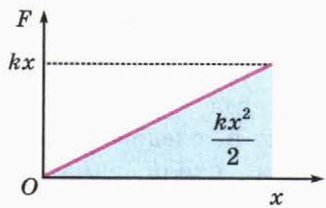


Рис. 28.10

7. Используя рисунок 28.10, докажите, что

работа силы упругости при возвращении пружины в недеформированное состояние выражается формулой

$$A = \frac{kx^2}{2}. \qquad (7)$$

8. Используя график на рисунке 28.11, докажите, что при изменении деформации пружины от $x_н$ до $x_к$ *работа силы упругости* выражается формулой

$$A = \frac{k(x_н^2 - x_к^2)}{2}. \qquad (8)$$

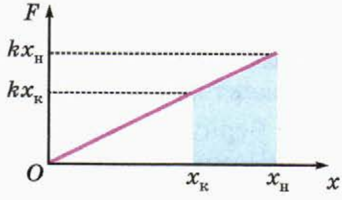


Рис. 28.11

Из формулы (8) мы видим, что работа силы упругости зависит только от начальной и конечной деформации пружины. Поэтому *если тело сначала деформируют, а потом оно возвращается в начальное состояние, то работа силы упругости равна нулю*. Напомним, что таким же свойством обладает и работа силы тяжести.

9. В начальный момент растяжение пружины жёсткостью 400 Н/м равно 3 см. Пружину растянули ещё на 2 см.

а) Чему равна конечная деформация пружины?

б) Чему равна работа силы упругости пружины?

10. В начальный момент пружина жёсткостью 200 Н/м растянута на 2 см, а в конечный момент она сжата на 1 см. Чему равна работа силы упругости пружины?

4. РАБОТА СИЛЫ ТРЕНИЯ

Пусть тело скользит по неподвижной опоре. Действующая на тело сила трения скольжения направлена всегда *противоположно* перемещению и, следовательно, работа силы трения скольжения *отрицательна* при *любом* направлении перемещения (рис. 28.12).

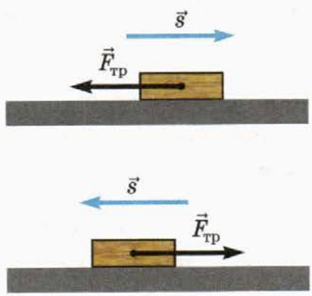


Рис. 28.12

Поэтому если сдвинуть брусок вправо, а потом на *такое же* расстояние влево, то, хотя он и вернётся в начальное положение, суммарная работа силы трения скольжения *не будет равна нулю*. В этом состоит важнейшее отличие работы силы трения скольжения от работы силы тяжести и силы упругости. Напомним, что работа этих сил при перемещении тела по замкнутой траектории равна нулю.

11. Брусок массой 1 кг передвигали по столу так, что его траекторией оказался квадрат со стороной 50 см.

а) Вернулся ли брусок в начальную точку?

б) Чему равна суммарная работа действовавшей на брусок силы трения? Коэффициент трения между бруском и столом равен 0,3.

5. МОЩНОСТЬ

Часто важна не только совершаемая работа, но и скорость совершения работы. Она характеризуется *мощностью*.

Мощностью P **называют отношение совершённой работы** A **к промежутку времени** t**, за который эта работа совершена**[1]**:**

$$P = \frac{A}{t}. \tag{9}$$

Единица мощности — ватт (обозначают: Вт), названная в честь английского изобретателя Джеймса Уатта. Из формулы (9) следует, что

$$1\ \text{Вт} = 1\ \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

12. Какую мощность развивает человек, равномерно поднимая ведро воды массой 10 кг на высоту 1 м в течение 2 с?

Часто мощность удобно выражать не через работу и время, а через *силу и скорость*.

Рассмотрим случай, когда сила направлена вдоль перемещения. Тогда работа силы $A = Fs$. Подставляя это выражение в формулу (9) для мощности, получаем:

$$P = \frac{Fs}{t} = F\frac{s}{t} = Fv. \tag{10}$$

13. Автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью 72 км/ч. При этом его двигатель развивает мощность 20 кВт. Чему равна сила сопротивления движению автомобиля?

Подсказка. Когда автомобиль движется по горизонтальной дороге с постоянной скоростью, сила тяги равна по модулю силе сопротивления движению автомобиля.

14. Сколько времени потребуется для равномерного подъёма бетонного блока массой 4 т на высоту 30 м, если мощность двигателя подъёмного крана 20 кВт, а КПД электродвигателя подъёмного крана равен 75 %?

Подсказка. КПД электродвигателя равен отношению работы по подъёму груза к работе двигателя.

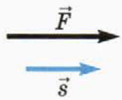
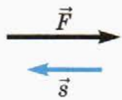
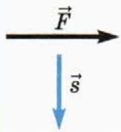
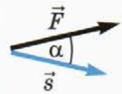
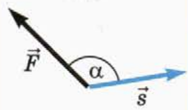
---

[1] Иногда мощность в механике обозначают буквой N, а в электродинамике — буквой P. Мы считаем более удобным одинаковое обозначение мощности.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Механическая работа

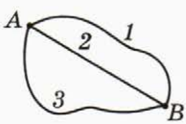
$A = Fs\cos\alpha$

				
$A = Fs$	$A = -Fs$	$A = 0$	$A > 0$	$A < 0$

Работа силы тяжести

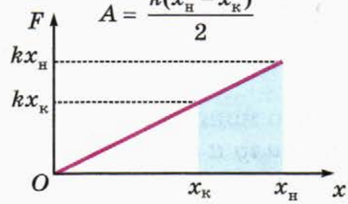
$A_т = mg(h_н - h_к)$

Не зависит от формы траектории



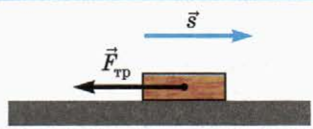
Работа силы упругости

$$A = \frac{k(x_н^2 - x_к^2)}{2}$$



Работа силы тяжести и работа силы упругости равны нулю, если тело переместилось по замкнутой траектории (вернулось в начальную точку)

Работа силы трения при движении по неподвижной опоре отрицательна



Мощность $P = \dfrac{A}{t}$ $P = Fv$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

15. Мяч массой 200 г бросили с балкона высотой 10 м под углом 45° к горизонту. Достигнув в полёте максимальной высоты 15 м, мяч упал на землю.

а) Чему равна работа силы тяжести при подъёме мяча?

б) Чему равна работа силы тяжести при спуске мяча?

в) Чему равна работа силы тяжести за всё время полёта мяча?

г) Есть ли в условии лишние данные?

16. Шар массой 0,5 кг подвешен к пружине жёсткостью 250 Н/м и находится в равновесии. Шар поднимают так, чтобы пружина стала недеформированной, и отпускают без толчка.

а) На какую высоту подняли шар?

б) Чему равна работа силы тяжести за время, в течение которого шар движется к положению равновесия?

в) Чему равна работа силы упругости за время, в течение которого шар движется к положению равновесия?

г) Чему равна работа равнодействующей всех приложенных к шару сил за время, в течение которого шар движется к положению равновесия?

17. Санки массой 10 кг съезжают без начальной скорости со снежной горы с углом наклона $\alpha = 30°$ и проезжают некоторое расстояние по горизонтальной поверхности (рис. 28.13). Коэффициент трения между санками и снегом 0,1. Длина основания горы $l = 15$ м.

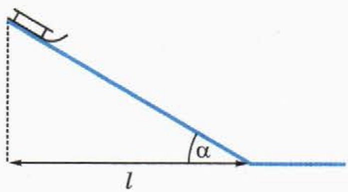


Рис. 28.13

а) Чему равен модуль силы трения при движении санок по горизонтальной поверхности?

б) Чему равна работа силы трения при движении санок по горизонтальной поверхности на пути 20 м?

в) Чему равен модуль силы трения при движении санок по горе?

г) Чему равна работа силы трения при спуске санок?

д) Чему равна работа силы тяжести при спуске санок?

е) Чему равна работа равнодействующей сил, действующих на санки, при их спуске с горы?

18. Автомобиль массой 1 т движется со скоростью 50 км/ч. Двигатель развивает мощность 10 кВт. Расход бензина составляет 8 л на 100 км. Плотность бензина 750 кг/м^3, а его удельная теплота сгорания 45 МДж/кг. Чему равен КПД двигателя? Есть ли в условии лишние данные?

Подсказка. КПД теплового двигателя равен отношению совершённой двигателем работы к количеству теплоты, которое выделилось при сгорании топлива.

§ 29. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ И МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА

1. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Пусть на покоящееся вначале тело массой m действуют постоянные силы, *равнодействующую* которых обозначим $\vec{F}$ (рис. 29.1).

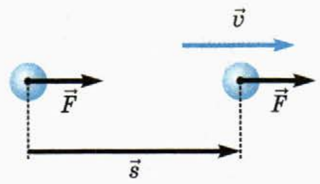


Рис. 29.1

Если перемещение тела равно $\vec{s}$, работа равнодействующей

$$A_{\text{рд}} = Fs. \tag{1}$$

Индекс «рд» подчеркивает, что речь идет о работе *равнодействующей* всех приложенных к телу сил.

Дело в том, что мы будем использовать сейчас второй закон Ньютона, согласно которому модуль *равнодействующей* F связан с модулем ускорения тела a соотношением $F = ma$. Поэтому из формулы (1) следует:

$$A_{\text{рд}} = mas. \tag{2}$$

При равноускоренном движении без начальной скорости (см. § 6):

$$s = \frac{v^2}{2a}. \tag{3}$$

Подставим это выражение для s в формулу (2) и получим:

$$A_{\text{рд}} = \frac{mv^2}{2}. \tag{4}$$

В курсе физики основной школы вы уже познакомились с выражением, стоящим справа в формуле (4). Напомним, что

***кинетическая энергия* тела[1] массой m, движущегося со скоростью $\vec{v}$, выражается формулой**

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \tag{5}$$

Итак, *кинетическая энергия тела, движущегося с некоторой скоростью, равна работе, которую нужно совершить, чтобы разогнать покоившееся вначале тело до этой скорости.*

[1] Мы рассматриваем тело как материальную точку.

1. Скорость тела увеличилась в 2 раза. Как изменилась его кинетическая энергия?

2. Кинетическая энергия тела уменьшилась в 2 раза. Как изменилась его скорость?

2. ИЗМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ И РАБОТА РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ

Пусть теперь начальная скорость тела равна $\vec{v}_1$, а направление равнодействующей $\vec{F}$ по-прежнему совпадает с направлением начальной скорости (а тем самым и с направлением перемещения $\vec{s}$). Обозначим конечную скорость тела $\vec{v}_2$.

3. Докажите, что в этом случае работа равнодействующей приложенных к телу сил равна *изменению* кинетической энергии:

$$A_{рд} = Fs = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (6)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулой $s = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$ (см. § 6).

Итак,

работа $A_{рд}$ равнодействующей всех сил, приложенных к телу, равна *изменению* его кинетической энергии:

$$A_{рд} = E_{k2} - E_{k1}. \qquad (7)$$

Это чрезвычайно полезное утверждение называют[1] *теоремой об изменении кинетической энергии*. Как мы видели, она является следствием *второго закона Ньютона*. Поэтому применять её можно во *всех* случаях, когда применим второй закон Ньютона:

- в *любой* инерциальной системе отсчёта;
- для равнодействующей *любых* сил: природа этих сил (тяготения, упругости или трения) *не существенна*.

Мы доказали теорему об изменении кинетической энергии для случая, когда равнодействующая приложенных к телу сил постоянна и её направление совпадает с направлением переме-

[1] В некоторых учебниках её называют «теоремой о кинетической энергии». Мы используем более точное название (см. «Физическую энциклопедию»).

щения тела. Однако можно доказать[1], что она справедлива при *любом* угле между равнодействующей приложенных к телу сил и перемещением этого тела. Более того, равнодействующая может быть даже не постоянной, а *переменной* силой.

Благодаря этому теорему об изменении кинетической энергии можно с успехом применять, чтобы находить изменение кинетической энергии (а тем самым и изменение скорости) тела при перемещении по *любой* траектории. Для этого надо вычислить работу равнодействующей приложенных к телу сил.

Работа равнодействующей равна алгебраической сумме работ *всех* сил, действующих на тело. Поэтому чтобы найти работу равнодействующей, достаточно найти работу *каждой* силы при перемещении тела и сложить эти работы с учётом их знаков.

Рассмотрим несколько примеров.

Начнём с простых задач, а потом перейдём к задачам, которые просто решаются с помощью теоремы об изменении кинетической энергии, но которые вы не смогли бы решить непосредственным применением законов Ньютона.

4. На тело массой 2 кг действует сила 10 Н. В начальный момент скорость тела равна 5 м/с и её направление совпадает с направлением силы. Тело переместилось на 5 м.

а) Чему равна работа силы?

б) Какова начальная кинетическая энергия тела?

в) Какова конечная кинетическая энергия тела?

5. На земле лежит камень массой 2 кг. К нему прикладывают направленную вертикально вверх силу $\vec{T}$, равную 30 Н.

а) Чему равна работа силы тяжести за промежуток времени, в течение которого камень подняли на 10 м?

б) Чему равна работа силы $\vec{T}$ за то же время?

в) Чему равна работа равнодействующей сил, приложенных к камню, за то же время?

г) Какова конечная кинетическая энергия камня?

д) Какова конечная скорость камня?

6. Находящемуся на столе бруску массой 0,5 кг придали начальную скорость 2 м/с. До остановки брусок переместился по столу на 1 м.

[1] Это выходит за рамки нашего курса.

а) Чему равно изменение кинетической энергии бруска за время движения по столу?
б) Чему равна работа равнодействующей всех сил, приложенных к бруску при движении по столу?
в) Чему равна работа силы тяжести?
г) Чему равна работа силы нормальной реакции?
д) Чему равна работа силы трения?
е) Чему равна сила трения?
ж) Каков коэффициент трения между бруском и столом?

7. Шар массой m, висящий на нити длиной l, отклонили на 60°. Держа нить натянутой, шар отпустили без толчка.

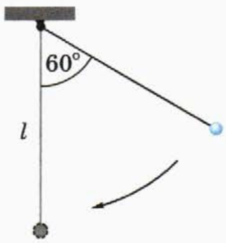


Рис. 29.2

а) Чему равна работа силы тяжести за время, в течение которого шар движется к положению равновесия (рис. 29.2)?
б) Чему равна работа действующей на шар силы натяжения нити за то же время?
в) Чему равна работа равнодействующей сил, приложенных к шару, за то же время?
г) Чему равна кинетическая энергия шара при прохождении положения равновесия?
д) Чему равна скорость шара в момент прохождения положения равновесия?

8. Шар массой m, укреплённый на пружине жёсткостью k, может скользить без трения вдоль горизонтального стержня (рис. 29.3). Массой пружины можно пренебречь. В начальный момент скорость шара равна нулю, а пружина сжата и модуль её деформации равен x.


Рис. 29.3

а) Чему равна работа силы упругости за время, в течение которого шар движется к положению равновесия (в котором пружина не деформирована)?
б) Чему равна кинетическая энергия шара при прохождении положения равновесия?
в) С какой скоростью шар проходит положение равновесия?

3. КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА КАК СПОСОБНОСТЬ СОВЕРШИТЬ РАБОТУ

Когда равнодействующая приложенных к телу сил совершает положительную работу, кинетическая энергия тела *увеличивается*. Рассмотрим теперь случай, когда кинетическая энергия тела *уменьшается*.

Поставим опыт

Подвесим на нитях красный и зелёный бильярдные шары равной массы так, чтобы они соприкасались. Отведём в сторону зелёный шар и отпустим без толчка (рис. 29.4, *а*).

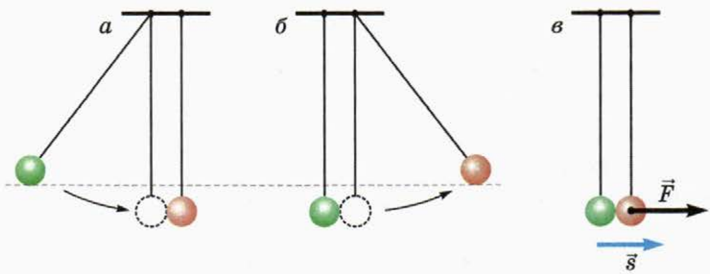


Рис. 29.4

Мы увидим, что в результате столкновения зелёный шар *остановился*, а красный стал двигаться и поднялся на *ту же* максимальную высоту, с какой начал движение зелёный шар (рис. 29.4, *б*).

Это означает, что кинетическая энергия, которую приобрёл в результате столкновения красный шар, *равна* кинетической энергии зелёного шара непосредственно перед столкновением[1].

Следовательно, в тот краткий промежуток времени, когда шары соприкасались, зелёный шар успел передать красному *всю* свою кинетическую энергию. При соприкосновении шаров зелёный шар действовал на красный шар силой, направление которой совпадало с направлением перемещения красного шара (рис. 29.4, *в*). Эта сила *совершала положительную работу*.

Работу силы, приложенной со стороны тела, называют часто *работой тела*.

[1] Это следует из теоремы об изменении кинетической энергии (значения работы силы тяжести при движении зелёного шара вниз и красного шара вверх равны по модулю).

Итак,

кинетическая энергия тела равна *максимальной* работе, которую оно может совершить за счёт уменьшения скорости.

Но обычно совершённая телом работа *меньше* его начальной кинетической энергии. Она может быть даже равна нулю!

Если, например, толкнуть лежащий на столе брусок, он начнёт скользить по столу, но вскоре остановится. При скольжении по столу кинетическая энергия бруска уменьшилась до нуля, но брусок не совершил работы. Действительно, стол *остался на месте*, а если перемещение тела равно *нулю*, то и работа приложенной к нему силы равна *нулю*.

Куда же делась начальная кинетическая энергия бруска, когда он остановился? Этот вопрос мы обсудим в § 31.

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Кинетическая энергия	Теорема об изменении кинетической энергии
$E_k = \frac{mv^2}{2}$	$A_{\text{рд}} = E_k - E_{k0}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

9. Кинетическая энергия тела равна 10 Дж. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить его скорость в 2 раза?

10. Санки массой m съехали без начальной скорости с горы высотой h и, проехав некоторое расстояние по горизонтальной поверхности, остановились.

а) Какие силы действовали на санки?

б) Чему равна работа силы тяжести?

в) Чему равна работа силы нормальной реакции?

г) Чему равна работа равнодействующей всех приложенных к санкам сил за всё время движения санок?

д) Чему равна работа силы трения за всё время движения санок? Объясните, почему ответ не зависит от формы горки.

11. Брусок массой 200 г соскользнул с наклонной плоскости длиной 50 см и высотой 25 см. Начальная скорость бруска равна нулю. Коэффициент трения между бруском и плоскостью 0,3.

а) Чему равна действующая на брусок сила трения?

б) Чему равна работа силы трения?

в) Чему равен угол между направлением действующей на брусок силы тяжести и перемещением бруска?

г) Чему равна работа силы тяжести?

д) Чему равна работа силы нормальной реакции?

е) Чему равна работа равнодействующей приложенных к бруску сил?

ж) Чему равна конечная кинетическая энергия бруска?

з) Чему равна конечная скорость бруска?

12. Подъёмный кран поднимает груз массой 100 кг с ускорением 2 м/с^2. Начальная скорость груза равна нулю, а конечная скорость равна 10 м/с.

а) На какое расстояние переместился груз?

б) Сколько времени длился подъём?

в) Чему равна сила, действующая на груз со стороны крана?

г) Какую работу совершила эта сила?

д) Какую мощность развивал двигатель крана?

13. Шар массой 300 г подвешен к пружине жёсткостью 100 Н/м и находится в равновесии. Шар поднимают так, чтобы пружина стала недеформированной, и отпускают без толчка.

а) На какую высоту подняли шар?

б) Чему равна работа силы тяжести за время, в течение которого шар движется к положению равновесия?

в) Чему равна работа силы упругости за время, в течение которого шар движется к положению равновесия?

г) Чему равна кинетическая энергия шара при прохождении положения равновесия?

д) С какой скоростью шар проходит положение равновесия?

14. Мяч массой 200 г падает с высоты 20 м без начальной скорости. Перед ударом о землю скорость мяча равна 18 м/с.

а) Чему равна работа силы тяжести?

б) Чему равно изменение кинетической энергии мяча?

в) Чему равна работа силы сопротивления воздуха?

г) Чему равен модуль средней силы сопротивления воздуха (то есть отношение модуля работы к пройденному пути)?

§ 30. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

В предыдущем параграфе мы говорили о работе, которую может совершить тело за счёт уменьшения своей *скорости*, а теперь нас будет интересовать работа, которую может совершить тело или система тел вследствие изменения *положения* тел.

Рассмотрим примеры.

Работа поднятого груза. Когда подвешенный на тросе груз равномерно движется *вниз*, он действует на трос силой, направленной тоже *вниз* (рис. 30.1).

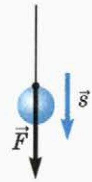


Рис. 30.1

Эта сила обусловлена *силой тяжести*: она совершает работу, действуя на груз, а груз совершает работу, действуя на трос.

Итак, благодаря действию силы тяжести *груз может совершить работу при движении вниз*.

Работа пружины. Когда деформация пружины уменьшается, пружина действует на тело *силой упругости*, направленной так же, как перемещение тела (рис. 30.2). При этом пружина совершает положительную работу.

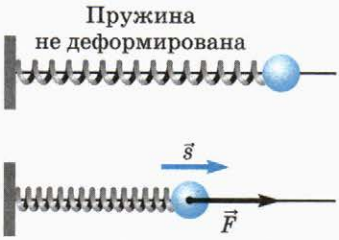


Рис. 30.2

Итак, *деформированная пружина может совершить работу при возвращении в недеформированное состояние*.

В рассмотренных примерах работу совершают *силы тяготения* и *силы упругости*. Как мы уже знаем, общая важная особенность этих сил состоит в том, что *при движении по замкнутой траектории* (*когда тело возвращается в начальное положение*) *работа этих сил равна нулю*[1].

Благодаря этому для системы тел, взаимодействующих посредством сил тяготения и упругости, можно определить

[1] Такие силы называют *консервативными*. Если между телами замкнутой системы действуют *только* консервативные силы, то, как мы увидим далее, механическая энергия системы *сохраняется* («консервируется»).

потенциальную энергию как величину, характеризующую способность системы тел совершать работу и *зависящую только от взаимного положения тел*.

***Потенциальная энергия* системы тел характеризует её способность совершать работу вследствие изменения взаимного положения взаимодействующих тел.**

Если система тел совершает *положительную* работу, потенциальная энергия системы *уменьшается*. А если система тел совершает *отрицательную* работу, её потенциальная энергия *увеличивается*. При этом

***изменение* потенциальной энергии системы тел равно работе сил упругости и тяготения[1], действующих со стороны тел системы, взятой со знаком минус:**

$$E_{p2} - E_{p1} = -A. \quad (1)$$

Здесь E_{p1} и E_{p2} обозначают начальную и конечную потенциальную энергию системы тел.

1. Как изменяется потенциальная энергия системы «камень + Земля», когда камень движется вверх? вниз? Объясните свои ответы.

2. Как изменяется потенциальная энергия пружины, когда деформация уменьшается? увеличивается? Объясните свои ответы.

Нулевой уровень потенциальной энергии. Из формулы (1) следует, что физический смысл имеет только *изменение* потенциальной энергии: оно измеряется работой, совершённой телами системы.

Поэтому нулевой уровень потенциальной энергии (состояние системы, которому сопоставляется нулевое значение потенциальной энергии) выбирают так, чтобы упростить расчёты.

2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ПОДНЯТОГО ГРУЗА

Когда груз массой m равномерно перемещается вертикально вниз на расстояние h, он совершает *положительную* работу mgh, потому что он действует на опору или подвес направленной вниз силой (весом груза), *равной* силе тяжести.

[1] Мы приводим определение потенциальной энергии, применимое к *механическим* явлениям. В дальнейшем мы расширим и уточним это определение.

Следовательно, при уменьшении высоты груза на h потенциальная энергия груза[1] *уменьшается* на mgh. Если сопоставить нулевой уровень потенциальной энергии наинизшему положению груза, то

потенциальная энергия груза массой m, поднятого на высоту h, выражается формулой

$$E_p = mgh. \qquad (2)$$

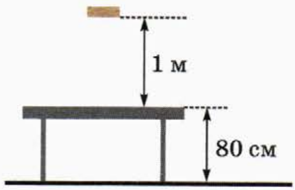


Рис. 30.3

3. Брусок массой 200 г поднят на высоту 1 м над поверхностью стола высотой 80 см (рис. 30.3).

а) Чему равна потенциальная энергия бруска, если за нулевой уровень потенциальной энергии бруска принять уровень стола? уровень пола?

б) Чему равно изменение потенциальной энергии бруска при его падении на стол, если за нулевой уровень потенциальной энергии бруска принять уровень стола? уровень пола?

Эти примеры подтверждают, что имеет значение только *изменение* потенциальной энергии. Оно измеряется работой, совершённой телом или системой тел, и *не зависит от выбора* нулевого уровня потенциальной энергии.

3. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ

При возвращении в недеформированное состояние сила упругости пружины совершает *положительную* работу

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

При этом потенциальная энергия пружины *уменьшается* на такую же величину. Если нулевому уровню потенциальной энергии сопоставить состояние недеформированной пружины, то

потенциальная энергия деформированной пружины жёсткостью k выражается формулой

$$E_p = \frac{kx^2}{2}, \qquad (3)$$

где x — деформация пружины.

[1] Важно понимать, что это потенциальная энергия системы *взаимодействующих тел* — груза и Земли.

Потенциальную энергию, выражаемую формулой (3), называют также *потенциальной энергией упругой деформации*. Она зависит от *квадрата* деформации. Поэтому потенциальная энергия *сжатой* пружины равна потенциальной энергии *растянутой* пружины, если *модуль* деформации пружины в обоих случаях один и тот же.

4. В начальном состоянии пружина жёсткостью 200 Н/м сжата на 1 см. Как изменилась потенциальная энергия пружины, если в конечном состоянии:

а) пружина не деформирована?
б) сжата на 2 см?
в) растянута на 1 см?
г) растянута на 2 см?

5. Шар массой 200 г подвешен к пружине жёсткостью 100 Н/м и находится в равновесии. Шар поднимают так, чтобы пружина стала недеформированной, и отпускают без толчка.

а) На какую высоту подняли шар?
б) Как изменилась потенциальная энергия шара за время, в течение которого он возвращался в положение равновесия?
в) Как изменилась за то же время потенциальная энергия пружины?
г) Как изменилась за то же время потенциальная энергия системы «шар + Земля + пружина»?

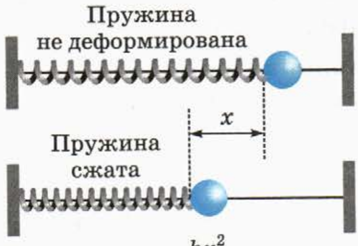
ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Потенциальная энергия $E_{p2} - E_{p1} = -A$

Потенциальная энергия поднятого груза

$E_p = mgh$

Потенциальная энергия упругой деформации



$E_p = \frac{kx^2}{2}$

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

6. С высоты 20 м над поверхностью земли свободно без начальной скорости падает камень массой 300 г. За нулевой уровень потенциальной энергии камня примите уровень земли.

а) Чему равна потенциальная энергия камня в начальный момент?

б) Чему равна потенциальная энергия камня через 1 с после начала движения?

в) Через какое время после начала движения потенциальная энергия камня уменьшилась в 2 раза по сравнению с её начальным значением?

7. Шар массой 1 кг брошен с поверхности земли с начальной скоростью 20 м/с под углом 30° к горизонту. Считайте, что сопротивлением воздуха при движении шара можно пренебречь.

а) До какой максимальной высоты поднялся шар?

б) Как изменилась потенциальная энергия шара за время подъёма?

8. По реке с постоянной скоростью плывёт плот. Как изменяется со временем:

а) кинетическая энергия плота?

б) потенциальная энергия плота?

9. Когда сжатую пружину сжали ещё на 2 см, её потенциальная энергия увеличилась в 9 раз.

а) Во сколько раз модуль конечной деформации пружины больше, чем модуль начальной деформации?

б) Чему равен модуль начальной деформации пружины?

10. Две пружины жёсткостью 100 Н/м и 400 Н/м соединены последовательно. Систему соединённых пружин растянули на 5 см.

а) Чему равна деформация более мягкой пружины?

б) Чему равна деформация более жёсткой пружины?

в) Потенциальная энергия упругой деформации какой пружины больше, и во сколько раз?

§ 31. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ

1. КОГДА МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ СОХРАНЯЕТСЯ?

Из курса физики основной школы вы уже знаете, что

сумму кинетической и потенциальной энергий называют полной механической энергией.

Докажем, что

полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих посредством сил упругости и тяготения, сохраняется, то есть её изменение равно нулю:

$$\Delta(E_k + E_p) = 0. \qquad (1)$$

Это утверждение называют *законом сохранения энергии в механике*. Его доказательство мы получим как обобщение примера, рассмотрение которого поможет вам и при решении задач.

Возьмём шар массой m, подвешенный к лёгкой пружине, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси O (рис. 31.1).

Отклоним шар так, чтобы пружина была горизонтальна и не деформирована (рис. 31.2), и отпустим его без толчка. Шар начнёт двигаться вниз по некоторой кривой, а пружина при этом будет растягиваться.

Рис. 31.1

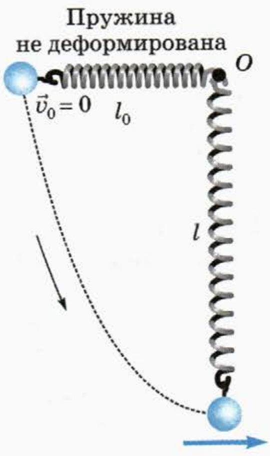


Рис. 31.2

Обозначим l длину пружины в тот момент, когда шар находится в нижней точке траектории. При этом удлинение пружины $x = l - l_0$, где l_0 — длина недеформированной пружины. Чему равна при этом кинетическая энергия шара?

Ответ на этот вопрос мы найдём с помощью *теоремы об изменении кинетической энергии*, которая является следствием второго закона Ньютона. Согласно этой теореме изменение кинетической энергии шара равно алгебраической сумме работ всех приложенных к нему сил.

На шар действуют *сила тяжести* и *сила упругости* пружины. При движении от верхней точки до нижней шар переместился вниз на расстояние l, а деформация пружины стала равной x.

1. Чему равна работа силы тяжести при движении шара от верхней точки до нижней?

2. Чему равна при этом работа силы упругости?

3. Чему равна *алгебраическая* сумма работы силы тяжести и силы упругости?

Выполнив эти задания, вы увидите, что изменение *кинетической* энергии шара выражается формулой

$$E_{k2} - E_{k1} = mgl - \frac{kx^2}{2}. \qquad (2)$$

Найдём теперь изменение *потенциальной* энергии системы «шар + пружина + Земля». По определению потенциальной энергии её изменение равно *взятой со знаком минус* суммарной работе сил упругости и тяготения (см. § 30). Выражение *именно для этой* работы и стоит в правой части формулы (2). Поэтому

$$E_{p2} - E_{p1} = -\left(mgl - \frac{kx^2}{2}\right). \qquad (3)$$

Сравнивая уравнения (2) и (3), мы видим, что *потенциальная энергия системы уменьшилась ровно настолько же, насколько увеличилась кинетическая энергия шара*! Поэтому полная механическая энергия системы *сохраняется*:

$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}. \qquad (4)$$

Нетрудно заметить, что в приведённом примере полная механическая энергия системы сохраняется благодаря тому, что *увеличение* кинетической энергии и *уменьшение* потенциальной равно работе *одних и тех же* сил *упругости и тяготения*, действующих *между телами системы*.

На этом частном примере мы убедились, что полная механическая энергия системы тел, между которыми действуют силы упругости или тяготения, сохраняется. А теперь заметим, что все использованные в этом примере аргументы можно привести по отношению к *любой замкнутой* системе тел, между которыми действуют только *силы упругости и тяготения*. Отсюда и следует закон сохранения энергии в механике.

Рассмотрим примеры применения этого закона.

4. Небольшой шар массой m висит на лёгком стержне длиной l (рис. 31.3). Стержень может без трения вращаться вокруг точки подвеса O. Шару сообщают начальную горизонтальную скорость $\vec{v}_0$, в результате чего стержень с шаром начинает вращаться вокруг точки O.

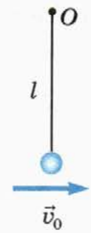


Рис. 31.3

а) Какие слова в условии позволяют считать, что полная механическая энергия *шара* сохраняется?

б) Чему равна работа силы тяжести за время, в течение которого шар движется от нижней точки до верхней?

в) Чему равна кинетическая энергия шара в верхней точке (рис. 31.4)?

г) Чему равна скорость шара в верхней точке?

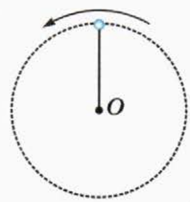


Рис. 31.4

5. К недеформированной пружине жёсткостью k подвешивают шар массой m и отпускают без толчка (рис. 31.5, *а*). Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

а) Объясните, почему в данном случае можно использовать закон сохранения энергии в механике.

б) Какое расстояние пройдёт шар до положения равновесия (рис. 31.5, *б*)?

в) Остановится ли шар в положении равновесия? Поясните свой ответ.

г) Насколько уменьшилась потенциальная энергия шара при движении к положению равновесия?

д) Насколько увеличилась потенциальная энергия пружины за это же время?

е) Как изменилась суммарная потенциальная энергия системы за это же время?

ж) Чему равна кинетическая энергия шара при прохождении положения равновесия?

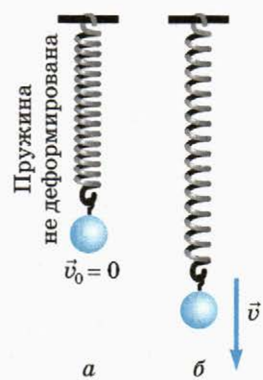


Рис. 31.5

з) Как изменилась кинетическая энергия шара за время, в течение которого шар двигался от *начального* положения до *нижней* точки своей траектории?

и) Как изменилась суммарная потенциальная энергия системы за то же время?

2. ИЗМЕНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ВСЛЕДСТВИЕ ТРЕНИЯ

Рассмотрим случай, когда между телами системы действуют силы трения. Вернёмся к примеру, рассмотренному в § 28.

Поставим опыт

Толкнём лежащий на столе брусок (рис. 31.6, *а*). Он будет скользить по столу и остановится, пройдя некоторое расстояние (рис. 31.6, *б*).

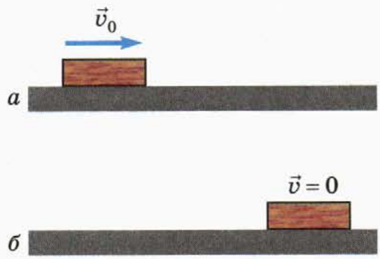


Рис. 31.6

Однако механическая энергия, полученная бруском при толчке, не пропала бесследно! Брусок и стол вследствие трения *нагрелись*, а при нагревании, как вы уже знаете из курса физики основной школы, увеличивается *внутренняя* энергия тел.

На примере следующего задания вы увидите, что во внутреннюю энергию может превращаться не только кинетическая, но и потенциальная энергия.

6. Брусок соскальзывает с наклонной плоскости с *постоянной* скоростью.

а) Как изменяется кинетическая энергия бруска?

б) Как изменяется потенциальная энергия бруска?

в) Как изменяется полная механическая энергия бруска?

Итак, в результате трения происходит *превращение энергии*: механическая энергия превращается во внутреннюю. Однако это превращение энергии существенно отличается от взаимного превращения кинетической и потенциальной энергии.

Важнейшее свойство взаимных превращений кинетической и потенциальной энергии состоит в том, что они *обратимы*.

Такие превращения энергии происходят, например, при колебаниях подвешенного на нити шара.

Когда подвешенный на нити шар движется к положению равновесия, его потенциальная энергия превращается в кинетическую (рис. 31.7, *а*).

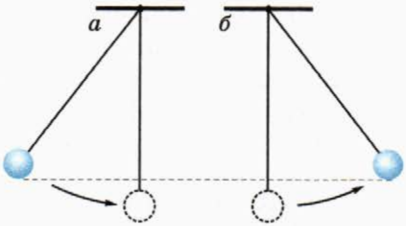


Рис. 31.7

Но когда, пройдя положение равновесия, шар поднимается, его кинетическая энергия превращается снова в потенциальную. И если можно пренебречь сопротивлением воздуха, то потенциальная энергия вернётся к начальному значению: шар поднимется до начальной высоты (рис. 31.7, *б*).

Превращение же энергии из механической во внутреннюю в значительной степени *необратимо*. Например, если толкнуть лежащий на столе брусок, он будет скользить по столу и остановится, пройдя некоторое расстояние.

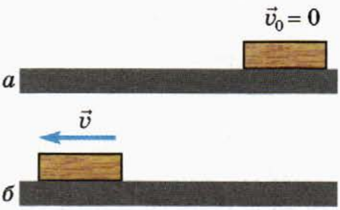


Рис. 31.8

Обратный же процесс, при котором лежащий на столе брусок (рис. 31.8, *а*) вдруг начал бы двигаться с возрастающей скоростью (рис. 31.8, *б*), *невозможен*. Такое «чудо» можно увидеть только в кино при «обратном показе».

7. Приведите другие примеры обратимых и необратимых процессов. В каких примерах механическая энергия сохраняется?

Найдём изменение полной механической энергии системы тел, обусловленное действием сил трения.

Согласно теореме об изменении кинетической энергии оно равно суммарной работе *всех* сил — упругости, тяготения и трения. Если обозначить суммарную работу сил упругости и тяготения $A_{\text{упр.тяг}}$, то можно записать:

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{\text{упр.тяг}} + A_{\text{тр}}. \qquad (5)$$

Изменение же потенциальной энергии равно работе *только сил упругости и тяготения*, взятой со знаком *минус*:

$$E_{p2} - E_{p1} = -A_{\text{упр.тяг}}. \qquad (6)$$

Сложим уравнения (5) и (6). Мы получим:

$$\Delta(E_k + E_p) = A_{тр}. \qquad (7)$$

Итак,

изменение полной механической энергии замкнутой системы тел равно работе сил трения, действующих между телами системы.

Суммарная работа сил трения[1] всегда *отрицательна*. Это — следствие *необратимости* процессов, в которых механическая энергия переходит во внутреннюю. Подробнее мы рассмотрим их в главе «Термодинамика».

Поскольку суммарная работа сил трения *отрицательна*, из уравнения (7) следует, что механическая энергия замкнутой системы тел вследствие трения всегда *уменьшается*.

8. В мягкий песок с высоты 2 м падает металлический шар массой 10 кг. В результате падения шар углубился в песок на 50 см.

а) Чему равно изменение полной механической энергии шара?

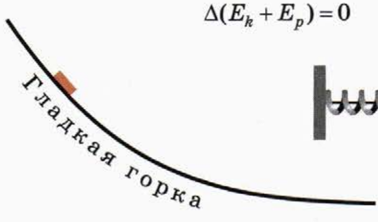
б) Чему равна работа силы сопротивления песка?

в) Чему равна средняя сила сопротивления песка?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

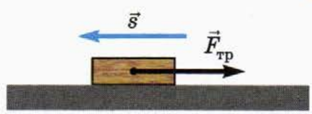
Закон сохранения энергии в механике

$$\Delta(E_k + E_p) = 0$$



Изменение механической энергии вследствие трения

$$\Delta(E_k + E_p) = A_{тр} \Rightarrow \Delta(E_k + E_p) < 0$$



[1] Мы не рассматриваем работу силы трения покоя.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

9. Шар массой 1 кг бросили вертикально вверх со скоростью 10 м/с. Считайте, что сопротивлением воздуха можно пренебречь. За нулевой уровень потенциальной энергии шара примите его начальное положение.

а) Чему равна полная механическая энергия шара?

б) На какой высоте кинетическая энергия шара равна нулю?

в) На какой высоте значение кинетической энергии шара уменьшилось в 2 раза по сравнению с начальным?

г) На какой высоте кинетическая энергия шара равна его потенциальной энергии?

д) На какой высоте кинетическая энергия шара в 3 раза больше потенциальной?

е) На какой высоте потенциальная энергия шара в 4 раза больше кинетической?

10. Камень массой 200 г бросили с высоты 10 м над уровнем земли с начальной скоростью 5 м/с, направленной вверх под углом 30° к горизонту. Считайте, что сопротивлением воздуха можно пренебречь. За нулевой уровень потенциальной энергии камня примите уровень земли.

а) Чему была равна кинетическая энергия камня, когда он второй раз находился на высоте 10 м?

б) Чему была равна кинетическая энергия камня непосредственно перед ударом о землю?

в) Чему была равна скорость камня непосредственно перед ударом о землю?

г) Есть ли в условии лишние данные?

11. Тело брошено с поверхности земли под углом α к горизонту. За нулевой уровень потенциальной энергии тела примите уровень земли. Считайте, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

а) Чему равно отношение кинетической энергии тела в верхней точке траектории к его начальной кинетической энергии?

б) Чему равен угол α, если в верхней точке траектории кинетическая энергия тела равна его потенциальной энергии?

в) Чему равен угол α, если в верхней точке траектории кинетическая энергия тела в 3 раза меньше его потенциальной энергии?

12. На концах лёгкого стержня длиной l укреплены небольшие шары массой m и M, причём $M > m$ (рис. 31.9, *а*). Стержень может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину. Стержень с шарами приводят в горизонтальное положение (рис. 31.9, *б*) и отпускают без толчка.

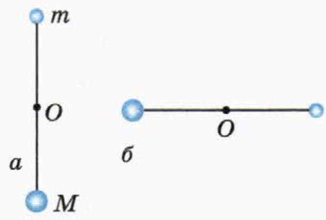


Рис. 31.9

а) Чему будет равна суммарная работа силы тяжести при движении системы к положению равновесия?

б) Чему будет равна суммарная кинетическая энергия шаров в момент, когда система будет проходить положение равновесия?

в) Какова будет скорость шаров в момент, когда система будет проходить положение равновесия?

13. Мяч массой 200 г брошен вертикально вверх с уровня земли со скоростью 20 м/с. Он достиг максимальной высоты 10 м, после чего падал вниз, и его скорость непосредственно перед ударом о землю была равна 10 м/с.

а) Чему равна полная механическая энергия мяча в начальный момент?

б) Чему равна полная механическая энергия мяча в верхней точке траектории?

в) Чему равна работа силы сопротивления воздуха, действующей на мяч при подъёме?

г) Чему равен модуль средней силы сопротивления воздуха, действующей на мяч при подъёме?

д) Чему равна полная механическая энергия мяча непосредственно перед ударом о землю?

е) Чему равна работа силы сопротивления воздуха, действующей на мяч при спуске?

ж) Чему равен модуль средней силы сопротивления воздуха, действующей на мяч при спуске?

з) Почему средняя сила сопротивления воздуха, действующая на мяч при спуске, меньше, чем при подъёме?

Подсказка. Сила сопротивления воздуха возрастает при увеличении скорости.

14. Брусок массой 250 г скользит по гладкому столу со скоростью 2 м/с и сталкивается с прикреплённой к стене горизонтальной пружиной жёсткостью 200 Н/м (рис. 31.10).

Рис. 31.10

а) Чему равна начальная полная механическая энергия системы «брусок + пружина»?

б) Чему равна потенциальная энергия пружины в момент, когда её деформация максимальна?

в) Чему равна максимальная деформация пружины?

г) Чему равна скорость бруска в момент, когда деформация пружины в 2 раза меньше максимальной?

д) Чему равна скорость бруска после взаимодействия с пружиной?

15. Горизонтальная пружина жёсткостью 200 Н/м прижата к стене бруском массой 50 г (рис. 31.11). В начальный момент деформация пружины равна по модулю 3 см, а брусок покоится. Брусок отпускают без толчка, и он скользит по столу, пройдя до остановки 45 см.

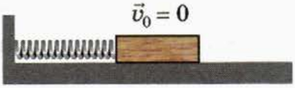


Рис. 31.11

а) Чему равна начальная полная механическая энергия системы «брусок + пружина»?

б) Чему равна конечная полная механическая энергия системы «брусок + пружина»?

в) Чему равна работа силы трения, действовавшей на брусок со стороны стола?

г) Чему равна сила трения между бруском и столом?

д) Чему равен коэффициент трения между бруском и столом?

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ: КЛЮЧЕВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧАХ

§ 32. РАЗРЫВЫ И СТОЛКНОВЕНИЯ

1. РАЗРЫВ ЛЕТЯЩЕГО СНАРЯДА

В этом параграфе мы будем предполагать, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1. Выпущенный *вертикально вверх* снаряд разорвался в *верхней точке траектории* на два осколка массой m_1 и m_2 (рис. 32.1). Чему равно отношение скоростей осколков после[1] разрыва?

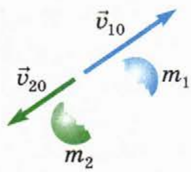


Рис. 32.1

Подсказка. Скорость снаряда в верхней точке траектории равна нулю. Воспользуйтесь законом сохранения импульса.

2. Тело, находящееся на высоте h, движется со скоростью, равной по модулю v_0. Чему равен модуль скорости тела при падении на землю?

Подсказка. Воспользуйтесь законом сохранения энергии.

3. Снаряд, выпущенный вертикально вверх с начальной скоростью v_0, разорвался в верхней точке траектории на два осколка, модули скорости которых равны v_{10} и v_{20}. Каковы скорости осколков при падении на землю?

Подсказка. Высоту, на которой разорвался снаряд, можно связать с его начальной скоростью.

4. Снаряд, выпущенный вертикально вверх с начальной скоростью v_0, разорвался в верхней точке траектории на два осколка, которые упали на землю со скоростями v_1 и v_2.

а) Чему равно отношение скоростей осколков после разрыва?
б) Чему равно отношение масс осколков?

5. Снаряд, выпущенный из пушки вертикально вверх, разорвался в верхней точке траектории на два осколка, скорости которых после разрыва направлены горизонтально.

[1] Под скоростями *до* и *после* разрыва или столкновения здесь и далее мы понимаем скорости *непосредственно* до и *сразу* после разрыва или столкновения.

Первый осколок упал на расстоянии 1 км от пушки, а второй — на расстоянии 500 м.

а) Как связаны скорости v_{10} и v_{20} осколков после разрыва?
б) Чему равно отношение масс осколков?

6. Снаряд, выпущенный из пушки со скоростью v_0 под углом α к горизонту, разорвался в верхней точке траектории на два осколка равной массы. Скорости осколков после разрыва направлены горизонтально. Первый из них упал недалеко от пушки.

а) Как связана скорость первого осколка после разрыва со скоростью снаряда перед разрывом?
б) Как связана скорость второго осколка после разрыва со скоростью снаряда перед разрывом?
в) На каком расстоянии от пушки упал бы снаряд, если бы он не разорвался?
г) На каком расстоянии от пушки упал второй осколок?

2. УПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Столкновение тел называют *упругим*, если *механическая энергия тел в результате столкновения не изменяется*. Таким можно считать, например, рассмотренное выше столкновение бильярдных шаров.

Столкновение двух тел называют *центральным*, если их скорости до столкновения и после него направлены вдоль одной прямой.

Пусть шар массой m_1, движущийся со скоростью $\vec{v}_1$, налетает на *покоящийся* шар массой m_2. Обозначим $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ скорости шаров после упругого центрального столкновения. Направим ось x по направлению скорости $\vec{v}_1$ налетающего шара[1].

7. Объясните смысл следующих уравнений:

$$m_1u_{1x} + m_2u_{2x} = m_1v_1, \qquad (1)$$

$$\frac{m_1u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2u_{2x}^2}{2} = \frac{m_1v_1^2}{2}. \qquad (2)$$

Подсказка. До и после столкновения тела движутся вдоль оси x, поэтому квадраты скоростей равны квадратам проекций скоростей: $u_1^2 = u_{1x}^2$, $u_2^2 = u_{2x}^2$.

[1] В таком случае проекция скорости $\vec{v}_1$ на ось x равна v_1. Поэтому для упрощения формул мы пишем v_1 вместо v_{1x}.

Переход к системе двух линейных уравнений

Перепишем уравнения (1) и (2) так, чтобы величины, относящиеся ко второму шару, находились слева от знака равенства, а к первому шару — справа. Кроме того, сократим общий множитель $\frac{1}{2}$. Мы получим:

$$m_2 u_{2x} = m_1(v_1 - u_{1x}), \qquad (3)$$

$$m_2 u_{2x}^2 = m_1(v_1^2 - u_{1x}^2). \qquad (4)$$

8. Объясните, как из этих уравнений получить уравнение

$$u_{2x} = v_1 + u_{1x}. \qquad (5)$$

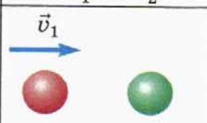
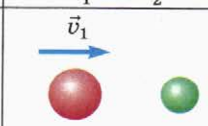
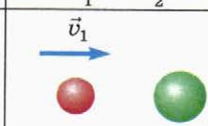
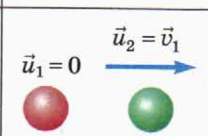
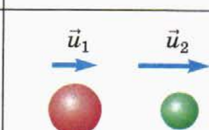
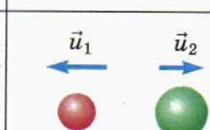
Подсказка. Если столкновение *произошло*, то обе части уравнения (3) *отличны от нуля*. Поэтому можно разделить левую и правую части уравнения (4) соответственно на левую и правую части уравнения (3).

Уравнения (3) и (5) представляют собой *систему двух линейных уравнений*. Используя эту систему, легко выполнить следующее задание.

9. Чему равны проекции скоростей шаров после столкновения?

Из формул, полученных при выполнении этого задания, можно сделать качественные выводы, которые помогут при решении задач.

10. Шар массой m_1 налетает со скоростью $\vec{v}_1$ на *покоящийся* шар массой m_2. Удар упругий центральный. Используя результаты предыдущего задания, прокомментируйте содержание следующей таблицы.

	$m_1 = m_2$	$m_1 > m_2$	$m_1 < m_2$
До столкновения	 $\vec{v}_1$	 $\vec{v}_1$	 $\vec{v}_1$
После столкновения	 $\vec{u}_1 = 0$; $\vec{u}_2 = \vec{v}_1$	 $\vec{u}_1$; $\vec{u}_2$	 $\vec{u}_1$; $\vec{u}_2$

11. Шар налетел со скоростью 2 м/с на второй покоящийся шар и отскочил назад со скоростью 0,5 м/с. Столкновение было упругим и центральным.

а) С какой скоростью начал двигаться второй шар после столкновения?

б) Чему равно отношение масс шаров?

Подсказка. Воспользуйтесь системой уравнений (3) и (4).

Столкновение подвешенных шаров

Упругие столкновения удобно исследовать с помощью подвешенных на нитях шаров.

Поставим опыт

Подвесим на нитях равной длины несколько одинаковых стальных или костяных шаров (рис. 32.2).

Отведём в сторону крайний левый шар и отпустим. Мы окажемся свидетелями красивого явления. После удара левого шара все шары, кроме крайнего правого, будут находиться в покое, а крайний правый шар отклонится, поднявшись при этом на высоту, равную начальной высоте левого шара (рис. 32.3).

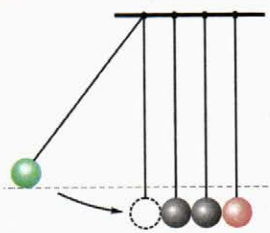


Рис. 32.2

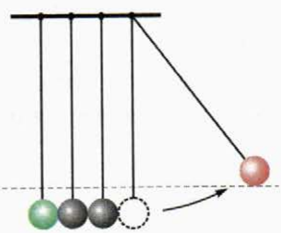


Рис. 32.3

12. Объясните описанный опыт, считая столкновение шаров упругим и центральным. Что будет наблюдаться, если отклонить не один, а два или три шара *вместе*? Проверьте своё предсказание на опыте.

Рассмотрим теперь случай, когда массы подвешенных шаров *не равны*.

13. На вертикальных нитях длиной l = 90 см висят, соприкасаясь, два шарика массой m_1 = 20 г и m_2 = 40 г. Первый шарик отклонили так, что нить составила угол 60° с вертикалью, и отпустили без толчка (рис. 32.4). Столкновение шаров считайте упругим и центральным.

а) Чему равна кинетическая энергия первого шарика перед столкновением?

б) Чему равна скорость первого шарика перед столкновением?

в) Чему равна скорость первого шарика после столкновения?

г) На какую максимальную высоту поднимется первый шарик после столкновения?

д) Чему равна скорость второго шарика после столкновения?

е) На какую максимальную высоту поднимется второй шарик после столкновения?

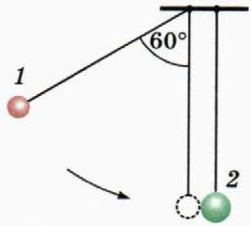


Рис. 32.4

3. НЕУПРУГИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

Неупругим называют столкновение, в результате которого суммарная механическая энергия сталкивающихся тел *уменьшается*. При этом она обычно переходит во внутреннюю энергию, то есть выделяется некоторое количество теплоты Q.

Максимальное уменьшение механической энергии происходит, когда тела после столкновения движутся как единое целое. Поэтому такое столкновение называют *абсолютно неупругим*.

Согласно общему закону сохранения энергии, известному вам из курса физики основной школы, суммарная энергия замкнутой системы тел (включая внутреннюю энергию) сохраняется. Поэтому начальная и конечная механическая энергия, а также выделившееся количество теплоты связаны соотношением

$$E_{\text{мех.нач}} = E_{\text{мех.кон}} + Q.$$

14. Пластилиновый шарик массой m налетает со скоростью v на такой же покоящийся шарик. После столкновения шарики движутся как единое целое.

а) Чему равна общая скорость шариков после столкновения?

б) Чему равна начальная механическая энергия шариков?

в) Чему равна конечная механическая энергия шариков?

г) Какое количество теплоты Q выделилось в результате столкновения?

Баллистический маятник

Для измерения скорости пули можно выстрелить в подвешенный на нити массивный брусок (рис. 32.5, *а*) и измерить, на какую максимальную высоту поднимется брусок вместе с застрявшей в нём пулей (рис. 32.5, *б*).

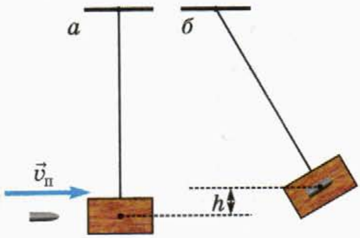


Рис. 32.5

Главное в этой ситуации — увидеть, что весь процесс состоит из *двух* этапов, которые надо рассматривать *по отдельности*.

1. ***Столкновение пули с бруском.*** На этом этапе механическая энергия *не сохраняется*, потому что столкновение *неупругое*. Скорость бруска с пулей сразу после столкновения можно определить с помощью *закона сохранения импульса*. Время столкновения столь мало, что за это время брусок не успевает заметно отклониться от положения равновесия.

2. ***Подъём бруска с пулей.*** На этом этапе механическая энергия *сохраняется*. Поэтому увеличение потенциальной энергии бруска с пулей при подъёме до максимальной высоты равно их кинетической энергии *после* столкновения.

15. Летящая горизонтально пуля массой $m = 10$ г попадает в брусок массой $M = 1$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 1$ м. Пуля застревает в бруске. Скорость пули перед попаданием в брусок $v_п = 300$ м/с.

а) Чему равна начальная кинетическая энергия пули?

б) Чему равна скорость бруска с пулей после столкновения?

в) Чему равна кинетическая энергия бруска с пулей после столкновения?

г) Какое количество теплоты выделилось при столкновении?

д) Каково увеличение потенциальной энергии бруска с пулей при подъёме до максимальной высоты?

е) На какую максимальную высоту поднялся брусок с пулей?

На этом конкретном примере вы увидели, что если масса бруска намного больше массы пули, то *почти вся* начальная кинетическая энергия пули превращается во внутреннюю энергию! Так всегда происходит при неупругом столкновении тела с *покоящимся* телом, масса которого намного больше.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

16. Выпущенный вертикально вверх со скоростью 300 м/с снаряд разорвался в верхней точке траектории на два осколка равной массы. Первый осколок полетел вертикально вниз, а второй — вертикально вверх. Осколки упали на землю с интервалом времени 12 с.

а) Через какой промежуток времени после разрыва второй осколок снова оказался на высоте разрыва?

б) Чему равна скорость осколков относительно земли после разрыва?

в) Чему равно расстояние между осколками через 2 с после разрыва?

г) До какой высоты над землёй поднялся второй осколок?

д) С какими скоростями осколки упали на землю?

17. Белый шарик массой 100 г налетает со скоростью 5 м/с на покоящийся чёрный шарик и в результате упругого центрального удара отскакивает назад со скоростью 3 м/с.

а) Чему равна скорость чёрного шарика после удара?

б) Чему равна масса чёрного шарика?

18. В лежащую на гладком льду льдину массой 3 кг попадает камень, летящий горизонтально со скоростью 10 м/с. После удара камень отскакивает обратно со скоростью 2 м/с, а льдина начинает двигаться со скоростью 2 м/с.

а) Чему равна масса камня?

б) Чему равна кинетическая энергия камня до столкновения?

в) Чему равна суммарная кинетическая энергия льдины и камня после столкновения?

г) Какое количество теплоты Q выделилось при ударе?

19. На тележку массой M, движущуюся горизонтально со скоростью v, падает вертикально с высоты h кусок пластилина массой m. Считайте, что столкновение было абсолютно неупругим; трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

а) Чему равна начальная механическая энергия системы «тележка + пластилин»?

б) Чему равна скорость тележки с пластилином?

в) Чему равна конечная механическая энергия системы «тележка + пластилин»?

г) Какое количество теплоты Q выделилось при ударе?

§ 33. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

1. ГРУЗ, ПОДВЕШЕННЫЙ НА НИТИ И СТЕРЖНЕ

«Тройной вес»

Шарик массой m подвешен в точке O на нити длиной l (рис. 33.1). Отведём его на угол 90° и отпустим без толчка. Шарик начнёт двигаться *по окружности*.

Обозначим $\vec{v}$ скорость, с которой шарик проходит положение равновесия (рис. 33.2).

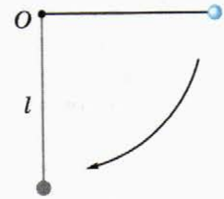


Рис. 33.1

1. Используя рисунок 33.2, ответьте на вопросы:

а) Какие силы показаны на рисунке?

б) Как направлено ускорение шарика?

в) Выразите модуль равнодействующей через модули показанных сил.

2. Перенесите в тетрадь рисунок 33.2, укажите на нём ускорение шарика и объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} = mgl, & (1) \\ \dfrac{mv^2}{l} = T - mg. & (2) \end{cases}$$

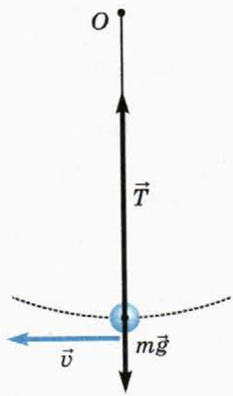


Рис. 33.2

3. Шарик массой 100 г подвешен на нити длиной 1 м. Его отклоняют на 90° и отпускают без толчка.

а) Чему равна сила натяжения нити, когда шарик проходит положение равновесия?

б) Во сколько раз вес шарика при прохождении положения равновесия больше силы тяжести?

Подсказка. Чтобы найти силу натяжения нити, удобно разделить уравнение (2) на уравнение (1). Вспомните определение веса тела.

Итак, в данном случае при прохождении шариком положения равновесия нить должна выдержать «*тройной* вес»!

Поставим опыт

Сообщим шарику в *нижней* точке такую скорость $\vec{v}_н$, чтобы он двигался в вертикальной плоскости *по окружности* (рис. 33.3).

На рисунке показаны последовательные положения шарика через *равные* промежутки времени (их можно зафиксировать, например, с помощью видеосъёмки).

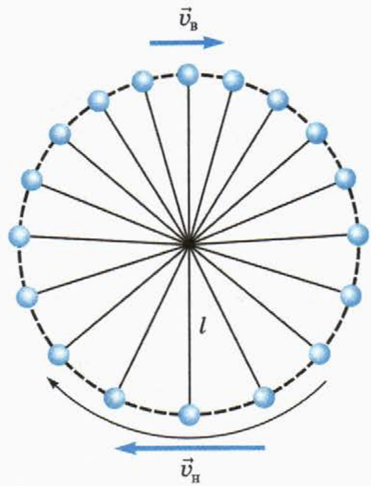


Рис. 33.3

4. Почему в верхней части рисунка расстояния между последовательными положениями шарика меньше?

5. Сделайте в тетради чертёж, на котором изобразите:

а) силы, действующие на шарик в верхней и нижней точках окружности (обозначьте $\vec{T}_в$ и $\vec{T}_н$ силы натяжения нити в этих точках);

б) ускорение шарика в этих точках. В верхней точке ускорение направлено вниз, а в нижней — вверх.

6. Объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{mv_н^2}{2} - \dfrac{mv_в^2}{2} = 2mgl, & (3) \\[2ex] \dfrac{mv_в^2}{l} = T_в + mg, & (4) \\[2ex] \dfrac{mv_н^2}{l} = T_н - mg. & (5) \end{cases}$$

7. Подвешенный на нити шарик массой 100 г вращается в вертикальной плоскости. Насколько больше сила натяжения нити, когда шарик проходит положение равновесия, чем когда он находится в верхней точке окружности?

Подсказка. Удобно вычесть уравнение (4) из уравнения (5) и сравнить полученное уравнение с уравнением (3).

«Шестикратный вес»

Шарик движется *по окружности* при условии, что нить *натянута*. Поэтому *минимальная* скорость, которую нужно сообщить шарику в нижней точке, чтобы он стал двигаться по окружности, должна быть такой, чтобы *сила натяжения нити обратилась в нуль только в верхней точке окружности.*

8. Шарику, подвешенному на нити длиной l, сообщили в нижней точке *минимальную* горизонтальную скорость, необходимую для того, чтобы он начал двигаться по окружности. Сделайте чертёж, на котором изобразите силы, действующие на шарик в верхней и нижней точках окружности. Чему в этом случае равны:

а) скорость шарика в верхней точке окружности?
б) ускорение шарика в верхней точке окружности?
в) скорость шарика в *нижней* точке окружности?
г) вес шарика в нижней точке окружности?

Подсказка. Воспользуйтесь уравнениями (3)—(5).

Итак, когда груз проходит нижнюю точку, нить должна выдерживать шестикратный вес груза!

В какой точке шарик сойдёт с окружности?

Пусть теперь скорость шарика в нижней точке *недостаточна* для того, чтобы он мог совершить полный оборот.

Рис. 33.4

В таком случае есть *две* возможности.

1) Шарик не поднимется выше точки подвеса O. Тогда он начнёт колебаться между крайними положениями (рис. 33.4).

2) Шарик поднимется выше точки подвеса, но сила натяжения нити обратится в некоторой точке A в *нуль* (рис. 33.5). После этого шарик будет двигаться *по параболе*, показанной красным пунктиром. Когда шарик находится в точке A, центростремительное ускорение ему сообщает *только составляющая силы тяжести, направленная вдоль радиуса к центру окружности*. На рисунке показано, как найти модуль этой составляющей (отрезок зелёного цвета).

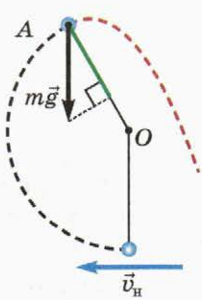


Рис. 33.5

9. Шарику массой m, подвешенному на нити длиной l, сообщают горизонтальную начальную скорость v_0. Когда шарик находится на высоте h, сила натяжения нити обращается в нуль. Обозначим v скорость шарика в этот момент. Используя рисунок 33.6:

а) объясните смысл уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{mv_0^2}{2} - \dfrac{mv^2}{2} = mgh, & (6) \\ \dfrac{mv^2}{l} = mg\cos\alpha; & (7) \end{cases}$$

б) выразите h через l и α.

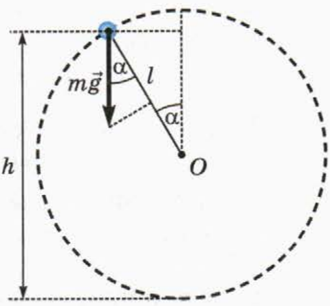


Рис. 33.6

10. Шарику массой 200 г, подвешенному на нити длиной 50 см, сообщают горизонтальную скорость 4 м/с.

а) До какой высоты (по отношению к положению равновесия) шарик будет двигаться *по окружности*?

б) Чему будет равна сила натяжения нити, когда шарик будет находиться на одной *горизонтали* с точкой подвеса?

Подсказка. Когда шарик находится на одной горизонтали с точкой подвеса, центростремительное ускорение шарику сообщает только сила натяжения нити.

11. Небольшая шайба массой m лежит внутри закреплённого цилиндра. Ось цилиндра горизонтальна (рис. 33.7). Внутренний радиус цилиндра 30 см, стенки цилиндра *гладкие*. Какую скорость v_0 надо сообщить шайбе перпендикулярно оси цилиндра, чтобы она:

а) совершила полный оборот, двигаясь по окружности?

б) оторвалась от поверхности цилиндра на высоте 40 см?

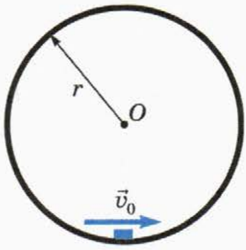


Рис. 33.7

Подсказка. Движение шайбы в цилиндре отличается от движения подвешенного на нити шарика только тем, что роль силы натяжения нити играет сила нормальной реакции, а длину нити l надо заменить на радиус цилиндра r.

Груз, подвешенный на стержне

Рассмотрим теперь вращение груза, подвешенного на лёгком *стержне* (массой стержня можно пренебречь). В отличие от нити стержень *сохраняет форму* и поэтому не даёт грузу сойти с окружности. По этой причине минимально возможная скорость груза в верхней точке равна *нулю*.

12. Шарик подвешен на лёгком стержне длиной l, который может вращаться без трения вокруг точки подвеса O.

а) Какова минимально возможная скорость шарика в верхней точке траектории?

б) Какую минимальную скорость надо сообщить шарику в нижней точке, чтобы он совершил полный оборот?

в) Чему равен вес шарика в нижней точке?

Итак, подвешенному на стержне шарику надо сообщить *меньшую* начальную скорость, чтобы он сделал полный оборот, чем в случае, когда шарик подвешен на нити *той же длины*.

2. ДВИЖЕНИЕ ПО «МЁРТВОЙ ПЕТЛЕ»

Рассмотрим движение тела в вертикальной плоскости по гладкому жёлобу, переходящему в окружность (рис. 33.8). По аналогии с фигурой высшего пилотажа, когда самолёт совершает круговой виток в вертикальной плоскости, такое движение называют иногда мёртвой петлёй.

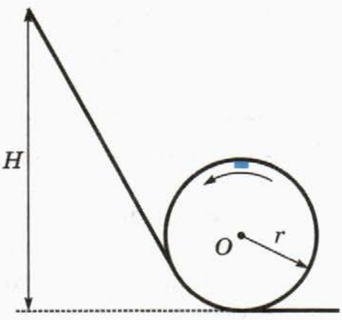


Рис. 33.8

Движение по круговому жёлобу очень похоже на рассмотренное выше движение подвешенного на нити груза. Роль действующей на груз силы натяжения нити $\vec{T}$ играет теперь *сила нормальной реакции* $\vec{N}$, направленная тоже *по радиусу к центру окружности*. А моменту, когда сила натяжения нити обращается в нуль, соответствует момент, когда тело *отрывается от жёлоба*.

13. Небольшая шайба массой m соскальзывает с высоты H по гладкому наклонному жёлобу, переходящему в окружность радиусом r, и движется по окружности, *не отрываясь от жёлоба*. Обозначим $\vec{N}_в$ силу нормальной реакции, действующую на шайбу в *верхней* точке окружности. Скорость шайбы в этот момент обозначим v.

а) Сделайте чертёж, на котором изобразите силы, действующие на шайбу в верхней и нижней точках окружности.

б) Объясните смысл следующих уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} = mg(H - 2r), & (8) \\ \dfrac{mv^2}{r} = N_в + mg. & (9) \end{cases}$$

14. Чему равна *минимальная* высота H_{min}, с которой должна соскальзывать шайба, чтобы она могла совершить полный оборот?

Подсказка. В этом случае $N_в$ обращается в нуль в верхней точке окружности.

Если начальная высота шайбы H меньше, чем H_{min}, то в некоторой точке шайба оторвётся от жёлоба. В этой точке сила нормальной реакции обращается в нуль.

15. Небольшая шайба массой m соскальзывает с высоты H по гладкому жёлобу, переходящему в окружность радиусом r, и отрывается от жёлоба на высоте h (по отношению к нижней точке окружности). Скорость шайбы в этот момент обозначим v.

а) Сделайте чертёж, на котором изобразите силы, действующие на шайбу *в момент отрыва* от жёлоба.

б) Используя этот чертёж, объясните смысл уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} = mg(H - h), \\ \dfrac{mv^2}{r} = mg\dfrac{h - r}{r}. \end{cases}$$

16. Небольшая шайба массой 50 г соскальзывает с некоторой высоты H по гладкому жёлобу, переходящему в окружность радиусом 30 см, и отрывается от жёлоба на высоте 40 см (по отношению к нижней точке окружности).

а) Чему равно H?

б) С какой силой шайба давит на жёлоб, когда она находится на одной горизонтали с центром окружности?

3. СОСКАЛЬЗЫВАНИЕ С ПОЛУСФЕРЫ

Пусть на вершине гладкой полусферы радиусом r, укреплённой на столе, лежит небольшая шайба массой m (рис. 33.9). От незначительного толчка шайба начинает соскальзывать.

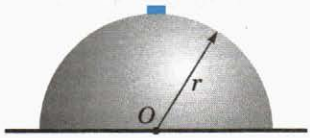


Рис. 33.9

Пока шайба скользит, действующая на неё сила нормальной реакции *уменьшается*. В некоторой точке она обратится в нуль — в этот момент шайба *оторвётся от полусферы* (рис. 33.10) и начнёт двигаться по параболе (красная пунктирная линия). Обозначим v скорость шайбы в момент отрыва от полусферы.

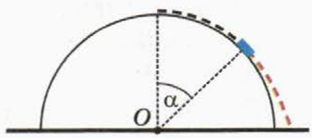


Рис. 33.10

17. Сделайте чертёж, на котором изобразите силы, действующие на шайбу *в момент отрыва* от полусферы, и направление скорости шайбы в этот момент. Обозначьте h высоту, на которой находится при этом шайба, а α — угол между радиусом, проведённым к шайбе, и вертикалью. Используя этот чертёж:

а) объясните смысл уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} = mg(r - h), \\ \dfrac{mv^2}{r} = mg\cos\alpha; \end{cases}$$

б) выразите h через r и α.

в) выразите h через r.

18. На вершине гладкой сферы лежит небольшая шайба массой m, соединённая нитью с грузом массой M (рис. 33.11). В начальный момент тела покоятся. Их отпускают без толчка. Шайба отрывается от полусферы, когда угол между радиусом, проведённым к шайбе, и вертикалью равен α. Обозначим v модуль скорости тел в момент отрыва.

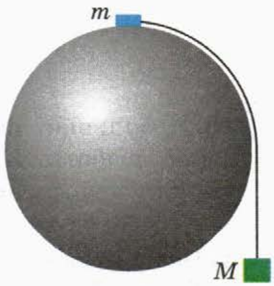


Рис. 33.11

а) Сделайте чертёж, на котором изобразите силы, действующие на шайбу *в момент отрыва* от полусферы.

Подсказка. В момент отрыва на шайбу действуют только сила тяжести и сила натяжения нити, направленная по касательной к окружности.

б) Насколько опустилась шайба и насколько опустился груз к моменту отрыва шайбы по сравнению с их начальным положением?

Подсказка. См. рисунок 33.12. Шайба опустилась на расстояние, отмеченное синим отрезком, а груз опустился на расстояние (зелёный отрезок), равное длине дуги, пройденной шайбой до отрыва (зелёный пунктир). Длина дуги равна $r\alpha$ (где α задано в радианах).

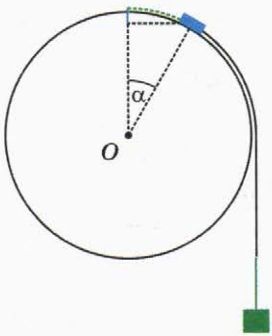


Рис. 33.12

в) Используя этот чертёж, объясните смысл уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{Mv^2}{2} = mgr(1 - \cos\alpha) + Mgr\alpha, \\ \dfrac{mv^2}{r} = mg\cos\alpha. \end{cases}$$

Подсказка. Действующая на шайбу сила натяжения нити направлена *по касательной к окружности*. Поэтому центростремительное ускорение шайбе перед самым отрывом сообщает только составляющая действующей на шайбу силы тяжести, направленная по радиусу к центру окружности.

г) Чему равно отношение $\dfrac{M}{m}$, если $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

19. Какую скорость можно сообщить шарику в нижней точке, чтобы он начал совершать колебания, если:

а) шарик подвешен на нити длиной l?

б) шарик подвешен на лёгком стержне длиной l?

Подсказка. Шарик на нити не должен подняться выше точки подвеса, а шарик на стержне не должен достичь верхней точки окружности.

20. Небольшая шайба массой m соскальзывает с высоты $H = 2r$ по гладкому жёлобу, переходящему в окружность радиусом r.

а) На какой высоте h (по отношению к нижней точке окружности) шайба оторвётся от жёлоба?

б) С какой силой шайба давит на жёлоб, когда она находится на одной горизонтали с центром окружности?

21. На гладкой полусфере радиуса r, укреплённой на столе, лежит небольшая шайба. Ей сообщают начальную горизонтальную скорость v_0. На какой высоте h от стола шайба оторвётся от полусферы?

Подсказка. Если начальная скорость достаточно велика, шайба оторвётся от полусферы *сразу*.

22. На укреплённой на столе полусфере радиуса r лежит небольшая шайба массой m. От незначительного толчка шайба начинает соскальзывать. Вследствие трения за время, в течение которого шайба скользила по полусфере, выделилось количество теплоты Q.

а) На какой высоте h шайба оторвалась от полусферы?

б) На какой высоте h шайба оторвалась от полусферы, если выделившееся количество теплоты равно кинетической энергии шайбы в момент отрыва?

23. Впервые в мире круговой виток в вертикальной плоскости выполнил русский лётчик П. Н. Нестеров в 1913 году. Эту фигуру высшего пилотажа называют мёртвой петлёй или петлёй Нестерова. Нестеров так доверял своим расчётам, что перед выполнением мёртвой петли не пристегнулся ремнями к креслу пилота. Расчёт лётчика оказался правильным: ремни не понадобились! Почему при выполнении мёртвой петли лётчик не выпадает из кресла пилота в верхней точке траектории?

§ 34. ДВИЖЕНИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛ

1. ГЛАДКАЯ ГОРКА И ШАЙБА

Горка с одной вершиной

Пусть на *гладком* столе покоится *гладкая* горка массой M и высотой H (рис. 34.1). На неё налетает со скоростью $\vec{v}_0$ шайба массой m. Двигаясь по горке, шайба не отрывается от неё.

Рис. 34.1

Возможны *три* варианта развития событий.

Рис. 34.2

1) Шайба не достигнет вершины горки и соскользнёт по *тому же* склону (рис. 34.2).

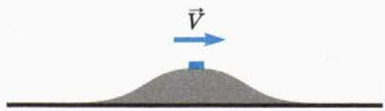


Рис. 34.3

2) Шайба достигнет вершины горки в момент, когда их скорости относительно стола *равны* (рис. 34.3).


Рис. 34.4

3) Шайба «перевалит» через вершину горки и соскользнёт по *другому* склону (рис. 34.4).

Второй вариант — «пограничный». Поэтому с него и начнём: выясним, при каких значениях M, H, m, v_0 он реализуется.

? 1. Объясните, почему в случае, когда горка и шайба в результате взаимодействия движутся как единое целое со скоростью $\vec{V}$, справедливы уравнения

$$\begin{cases} (M + m)V = mv_0, & (1) \\ \dfrac{(M + m)V^2}{2} + mgH = \dfrac{mv_0^2}{2}. & (2) \end{cases}$$

? 2. Выразите общую скорость горки и шайбы V через M, H, m.

Подсказка. Используя уравнение (1), выразите v_0 через M, m, V и подставьте в уравнение (2).

? 3. Используя полученную при выполнении предыдущего задания формулу, объясните, почему общая скорость горки и шайбы стремится к нулю, когда масса шайбы намного меньше массы горки.

4. На покоящуюся гладкую горку массой M и высотой H налетает шайба массой m со скоростью $\vec{v}_0$. В результате взаимодействия горка и шайба стали двигаться как единое целое.

а) Чему равна начальная скорость шайбы, если $M = 1$ кг, $m = 100$ г, $H = 20$ см?

б) Чему равна высота горки, если $v_0 = 3$ м/с, а масса шайбы в 2 раза меньше массы горки?

в) Чему равна масса шайбы, если $v_0 = 1$ м/с, $M = 2$ кг, $H = 4$ см?

Рассмотрим теперь кратко оставшиеся варианты.

Пусть реализуется первый вариант: шайба не достигла вершины горки и соскользнула обратно, см. рисунок 34.2. В таком случае для нахождения значений конечной скорости горки и шайбы их можно рассматривать как тела, между которыми произошло *упругое столкновение* (см. § 32).

Действительно, в конечном состоянии шайба снова скользит по столу, поэтому её потенциальная энергия не изменилась по сравнению с начальной. Следовательно, сохранилась и суммарная кинетическая энергия горки и шайбы. Кроме того, сохранился и их суммарный импульс.

Начальную скорость шайбы можно найти, зная максимальную высоту, до которой она поднялась по горке.

5. На покоящуюся гладкую горку массой 1 кг и высотой 15 см налетает слева шайба массой 300 г. Шайба достигает максимальной высоты 10 см.

а) Какова начальная скорость шайбы?

б) Чему равна общая скорость горки и шайбы в момент, когда шайба остановится *относительно горки*?

в) Чему равны конечные скорости горки и шайбы и как они направлены?

Подсказка. В момент, когда шайба достигла максимальной высоты, её скорость относительно стола равна скорости горки и направлена *горизонтально*.

Рассмотрим наконец третий вариант, когда шайба преодолевает горку и скользит по столу дальше.

6. Объясните, почему в этом случае конечная скорость шайбы равна её начальной скорости, а конечная скорость горки равна *нулю*.

Подсказка. Это — *единственное* решение системы уравнений, выражающих законы сохранения энергии и импульса, если шайба в конечном состоянии находится по другую сторону горки.

Итак, поднимаясь на горку, шайба разгоняет её, а спускаясь по другому склону, тормозит горку до *остановки*.

Горка с двумя вершинами

Возьмём теперь гладкую горку массой M с *двумя* вершинами высотой H и h (рис. 34.5). На более высокой из них в начальном состоянии покоится шайба массой m. Шайба начинает соскальзывать влево. При движении тел шайба не отрывалась от горки, а горка — от гладкого стола.

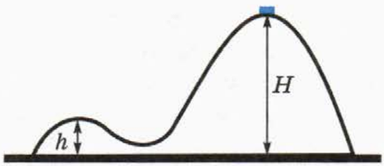


Рис. 34.5

7. Какие физические величины сохраняются в данном случае?

8. Запишите систему уравнений, выражающую законы сохранения, для момента, когда шайба будет на вершине высотой h. Какие величины можно найти с помощью этой системы? Выразите эти величины через приведённые выше.

9. Чему равны скорости горки и шайбы, когда шайба находится на второй вершине горки, если $M = 100$ г, $m = 20$ г, $H = 8$ см, $h = 2$ см (см. рис. 34.5)? Как будут направлены эти скорости?

Движение шайбы в бруске со сферической выемкой

Рассмотрим теперь случай, когда шайба движется во впадине между двумя вершинами гладкой горки. Такую «горку» представляют иногда как брусок с выемкой.

Пусть на гладком столе покоится брусок массой M с гладкой выемкой глубиной H. На левый край выемки осторожно кладут шайбу массой m и без толчка отпускают (рис. 34.6).

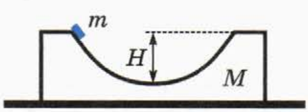


Рис. 34.6

10. Какие физические величины сохраняются в данном случае?

11. Запишите систему уравнений, выражающую законы сохранения для момента, когда шайба проходит дно выемки.

12. Чему равно отношение массы шайбы к массе бруска, если максимальная скорость шайбы относительно стола равна 1,9 м/с, а глубина выемки равна 20 см?

Пусть теперь брусок находится *у стены* (рис. 34.7). Тогда движение тел удобно разделить на три этапа.

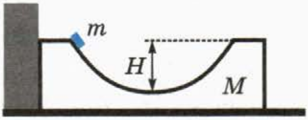


Рис. 34.7

1. **Спуск шайбы**. При этом шайба давит на брусок силой, которая имеет горизонтальную составляющую, направленную *влево*. Но брусок не может двигаться влево, потому что упирается в стену. Стенка при этом давит на брусок, поэтому горизонтальная проекция суммарного импульса бруска и шайбы не сохраняется. Но *сохраняется механическая энергия шайбы*.

2. **Подъём шайбы**. Поднимаясь по *правой* стороне выемки, шайба давит на брусок силой, которая имеет горизонтальную составляющую, направленную *вправо*, поэтому он начнёт скользить по столу вправо. Теперь *горизонтальная проекция суммарного импульса бруска и шайбы сохраняется*. Их суммарная *механическая энергия также сохраняется*.

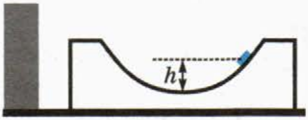


Рис. 34.8

3. **Момент, когда шайба поднялась на максимально возможную высоту h по правой стороне выемки** (рис. 34.8). Достигнув высоты h, шайба на мгновенье *останавливается относительно бруска*, поэтому их скорости относительно стола будут равны и направлены *горизонтально*. Заметим, что $h < H$, поскольку часть своей механической энергии шайба передала бруску.

13. Шайба начала соскальзывать с высоты H (см. рис. 34.7) и приобрела скорость v относительно стола, когда оказалась на дне выемки. Обозначим V общую скорость шайбы и бруска в момент, когда шайба поднялась на максимально возможную высоту h по правой стороне выемки. Объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{mv^2}{2} = mgH, & (3) \\ \dfrac{(M+m)V^2}{2} + mgh = \dfrac{mv^2}{2}, & (4) \\ (M+m)V = mv. & (5) \end{cases}$$

14. Выразите h через H, M, m.

Подсказка. Воспользуйтесь уравнением (5), чтобы выразить V через v, M, m, и подставьте полученное выражение в (4). Получится система двух уравнений с двумя неизвестными (h и v).

15. У стены на гладком столе покоится брусок массой 400 г с выемкой глубиной 15 см (см. рис. 34.7). На левый край выемки кладут шайбу и отпускают без толчка. Шайба поднимается по правой стороне выемки на высоту 10 см. Чему равна масса шайбы?

2. СИСТЕМЫ С ПРУЖИНОЙ

Пусть на гладком столе лежит груз массой M, к которому прикреплена пружина жёсткостью k (рис. 34.9). На эту систему налетает со скоростью $\vec{v}_0$ брусок массой m.

Рис. 34.9

16. Каковы проекции *конечных* скоростей груза и бруска на ось x, изображённую на рисунке 34.9?

Подсказка. Для нахождения конечных скоростей груз и брусок можно рассматривать как тела, между которыми произошло *упругое столкновение* (см. § 32). Для ответа на этот вопрос не нужна жёсткость пружины.

Деформация пружины *максимальна* в тот момент, когда брусок и груз сблизились на *минимальное* расстояние. При этом их скорости относительно стола *равны*. Обозначим x_{max} модуль деформации пружины, а V — *общую* скорость бруска и груза в этот момент.

17. Объясните, почему для этого момента справедливы следующие уравнения:

$$\begin{cases}(M+m)V = mv_0,\\ \dfrac{(M+m)V^2}{2} + \dfrac{kx_{\max}^2}{2} = \dfrac{mv_0^2}{2}.\end{cases}$$

18. Чему равен модуль максимальной деформации пружины, если $M = 1$ кг, $m = 300$ г, $k = 500$ Н/м, $v_0 = 2$ м/с?

Рассмотрим теперь случай, когда надо учитывать *трение*.

Пусть на столе покоятся небольшие бруски массой m_1 и m_2 (рис. 34.10). Между ними находится сжатая пружина жёсткостью k, которая удерживается нитью в деформированном состоянии. Модуль деформации пружины равен x. Коэффициент трения между брусками и столом равен μ. Когда нить пережгли, бруски разъехались на расстояние l друг от друга. Будем считать, что размерами брусков и пружины можно пренебречь по сравнению с l.

Рис. 34.10

19. Чему равны:

а) начальная механическая энергия системы?

б) конечная механическая энергия этой системы?

в) работа силы трения скольжения?

20. Чему равен коэффициент трения μ, если $m_1 = 200$ г, $m_2 = 300$ г, $k = 500$ Н/м, $x = 5$ см, $l = 50$ см?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

21. Человек массой m стоит на одном конце покоящейся на рельсах тележки длиной L и массой M (рис. 34.11). Он начинает идти с постоянной скоростью $v_{чт}$ *относительно тележки* и останавливается (относительно тележки) у другого её конца.

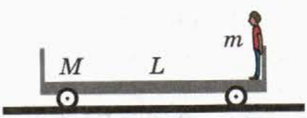


Рис. 34.11

а) Чему равно отношение модулей скорости человека и тележки относительно рельсов $\dfrac{v_{чр}}{v_{тр}}$?

б) Как выражается $v_{чт}$ через $v_{чр}$ и $v_{тр}$?

в) Чему равно $v_{тр}$?

г) Чему равно $v_{чр}$?

д) Сколько времени человек будет идти от одного конца тележки до другого?

е) Насколько переместится тележка за время, пока человек движется от одного её конца до другого?

ж) Чему будет равна скорость тележки, когда человек остановится у другого её конца?

22. На тележке укреплён подвес, к которому на нити длиной l подвешен шарик массой m (рис. 34.12). Масса тележки с подвесом равна M. Шарик отклоняют, как показано на рисунке, и отпускают без толчка. Сопротивлением воздуха и трением можно пренебречь. Обозначим v и V модули скорости шарика и тележки в момент, когда шарик проходит положение равновесия. За нулевой уровень потенциальной энергии шарика примем его положение равновесия.

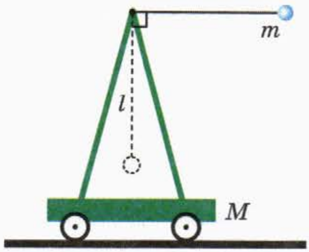


Рис. 34.12

а) Чему равна начальная механическая энергия системы «тележка + шарик»?

б) Чему равна кинетическая энергия этой системы в момент, когда шарик проходит положение равновесия?

в) Чему равны в этот момент модули скорости шарика и тележки относительно стола, если M = 200 г, m = 50 г, l = 30 см?

23. На гладком столе покоятся два бруска массой 2 кг и 3 кг, соединённые пружиной жёсткостью 10 кН/м (рис. 34.13). В левый брусок (массой 2 кг) попадает и застревает в нём пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 600 м/с.


Рис. 34.13

а) Чему равна скорость бруска сразу после столкновения с пулей?

б) Чему равны скорости брусков в момент, когда деформация пружины максимальна?

в) Чему равен модуль максимальной деформации пружины?

ГЛАВНОЕ В ЭТОЙ ГЛАВЕ

Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$

Закон сохранения импульса

Для замкнутой системы тел $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... = \text{const}$

Условия применения закона сохранения импульса

Внешние силы уравновешивают друг друга или ими можно пренебречь

Проекция внешних сил на некоторую ось координат равна нулю

Удары, столкновения, разрывы, выстрелы

Механическая работа	**Работа силы тяжести**	**Работа силы упругости**
$A = Fs\cos\alpha$	$A_т = mg(h_н - h_к)$	$A = \dfrac{k(x_н^2 - x_к^2)}{2}$

Работа силы тяжести и работа силы упругости равны нулю, если тело переместилось по замкнутой траектории (вернулось в начальную точку)

Мощность $P = \dfrac{A}{t}$ $P = Fv$

Кинетическая энергия $E_k = \dfrac{mv^2}{2}$

Потенциальная энергия поднятого груза	Потенциальная энергия упругой деформации
$E_p = mgh$	$E_p = \dfrac{kx^2}{2}$

Закон сохранения энергии в механике

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих посредством сил упругости и тяготения, сохраняется:

$$\Delta(E_k + E_p) = 0$$

Глава 4 СТАТИКА И ГИДРОСТАТИКА

§ 35. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

1. ПЕРВОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

Выясним, при каких условиях тело, покоящееся относительно некоторой инерциальной системы отсчёта, останется в покое.

Если тело покоится, то его ускорение равно нулю. Тогда согласно второму закону Ньютона должна быть равна нулю и равнодействующая приложенных к телу сил. Поэтому *первое условие равновесия* можно сформулировать так:

Если тело находится в покое, то векторная сумма (равнодействующая) приложенных к нему сил равна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... = 0. \quad (1)$$

Заметим, что *одного* условия (1) ещё недостаточно для того, чтобы тело покоилось. Например, если тело имело начальную скорость, то оно будет *продолжать* двигаться с той же скоростью. Кроме того, как мы увидим дальше, даже если векторная сумма сил, приложенных к *покоящемуся* телу, равна нулю, оно может начать *вращаться*.

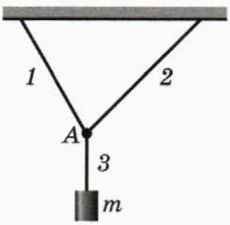


Рис. 35.1

В случаях, когда покоящееся в начальный момент тело может рассматриваться как материальная точка, первого условия равновесия достаточно, чтобы тело осталось в покое.

Рассмотрим примеры.

Пусть груз массой m подвешен на трёх тросах и покоится (рис. 35.1). Узел A, связывающий тросы, можно считать материальной точкой, которая находится в *равновесии*.

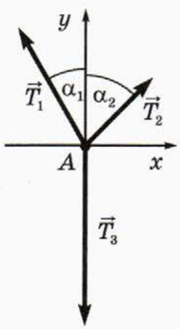


Рис. 35.2

Следовательно, *векторная* сумма приложенных к узлу A сил натяжения нитей равна *нулю* (рис. 35.2):

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = 0.$$

Покажем два способа применения этого уравнения при решении задач.

Используем проекции векторов. Выберем оси координат и обозначим углы между тросами *1*, *2* и вертикалью, как показано на рисунке 35.2.

1. Объясните, почему в данном случае справедливы следующие уравнения:

$$Ox\colon\ -T_1 \sin\alpha_1 + T_2 \sin\alpha_2 = 0,$$
$$Oy\colon\ T_1 \cos\alpha_1 + T_2 \cos\alpha_2 - T_3 = 0,$$
$$T_3 = mg.$$

Воспользуйтесь этой системой уравнений при выполнении следующих заданий.

2. Чему равна сила натяжения каждого троса, если $m = 10$ кг, $\alpha_1 = \alpha_2 = 30°$?

3. Известно, что $T_1 = 15$ Н, $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 45°$. Чему равны: а) сила натяжения второго троса T_2? б) масса груза m?

4. Пусть $\alpha_1 = \alpha_2$. Чему равны эти углы, если сила натяжения каждого троса: а) равна весу груза? б) в 10 раз больше веса груза?

Итак, силы, действующие на подвесы, могут многократно превышать вес груза!

Воспользуемся тем, что три вектора, сумма которых равна нулю, «замыкаются» в треугольник (рис. 35.3). Рассмотрим пример.

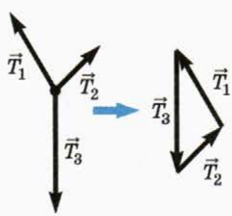


Рис. 35.3

5. Фонарь массой m подвешен на трёх тросах (рис. 35.4). Обозначим модули сил натяжения тросов T_1, T_2, T_3. Угол $\alpha \neq 0$.

а) Изобразите силы, действующие на узел A, и объясните, почему $T_3 > mg$ и $T_3 > T_2$.

б) Выразите T_3 через m, g и T_2.

Подсказка. Векторы сил $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ и $\vec{T}_3$ образуют *прямоугольный* треугольник.

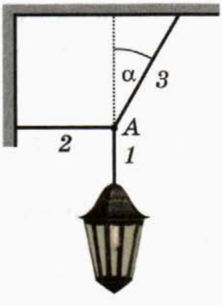


Рис. 35.4

2. ВТОРОЕ УСЛОВИЕ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА (ПРАВИЛО МОМЕНТОВ)

Убедимся на опыте в том, что *одного* первого условия равновесия *недостаточно* для того, чтобы тело оставалось в покое.

Поставим опыт

Прикрепим к куску картона две нити и потянем за них в *противоположные* стороны с *равными по модулю* силами (рис. 35.5). Векторная сумма приложенных к картону сил равна *нулю*, но он *не останется в покое*, а начнёт *поворачиваться*.

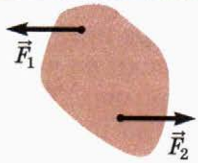


Рис. 35.5

Условие равновесия тела, закреплённого на оси

Второе условие равновесия тела — обобщение условия равновесия тела, *закреплённого на оси*. Оно знакомо вам из курса физики основной школы[1]. Напомним его.

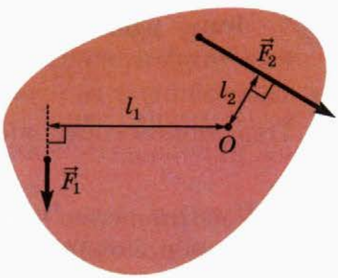


Рис. 35.6

Пусть на тело, закреплённое на оси O, действуют силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 35.6). Тело может находиться в равновесии только при условии, что

$$F_1 l_1 = F_2 l_2. \qquad (2)$$

Здесь l_1 и l_2 — *плечи сил*, то есть расстояния от оси вращения O до *линий действия сил* $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

Чтобы найти плечо силы, надо провести *линию действия силы* и опустить *перпендикуляр* из оси вращения на эту линию. Его длина и есть плечо силы.

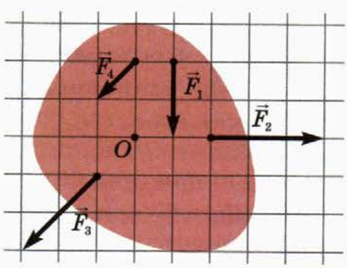


Рис. 35.7

6. Перенесите в тетрадь рисунок 35.7. Одной клетке соответствует 1 м. Чему равны плечи сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$?

[1] Это условие является следствием закона сохранения энергии в механике.

Вращающее действие силы характеризуют *моментом силы*. Модуль момента силы равен произведению модуля силы на её плечо. Момент силы считают *положительным*, если сила стремится вращать тело *против* часовой стрелки, и *отрицательным* — если *по* часовой стрелке[1].

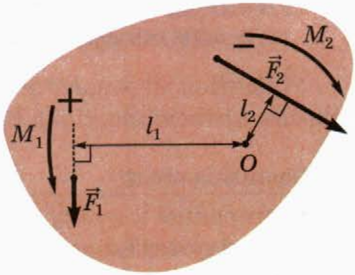


Рис. 35.8

Например, моменты изображённых на рисунке 35.8 сил относительно точки O таковы:

$$M_1 = F_1 l_1; \;\; M_2 = -F_2 l_2.$$

Момент силы измеряют в ньютон-метрах (Н · м).

7. Чему равны моменты изображённых на рисунке 35.7 сил относительно точки O? Одной клетке соответствует расстояние 1 м, а также сила 1 Н.

Перепишем соотношение (2), используя моменты сил:

$$M_1 + M_2 = 0. \qquad (3)$$

Это соотношение называют *правилом моментов*.

Если на покоящееся тело, закреплённое на оси, действуют несколько сил, то оно останется в покое только при условии, что алгебраическая сумма моментов всех этих сил равна нулю:

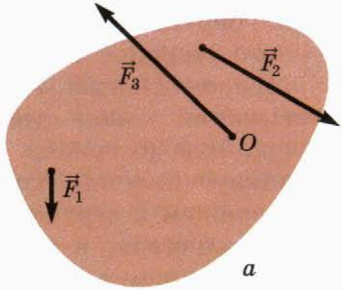
$$M_1 + M_2 + ... + M_n = 0.$$

Заметим, что одного этого условия недостаточно для того, чтобы тело покоилось. Если алгебраическая сумма моментов приложенных к телу сил равна нулю, но в начальный момент тело вращается, то оно будет продолжать *вращаться с той же угловой скоростью*.

Чтобы убедиться в этом, раскрутите велосипедное колесо приподнятого велосипеда или юлу. После этого они будут вращаться довольно долго: тормозить их будет только небольшая сила трения. Да и наша Земля миллиарды лет вращается вокруг своей оси, хотя *вокруг оси* никакие силы Землю не вращают!

[1] Таким образом, знак момента силы, вращающей тело в какую-то сторону, совпадает со знакомым вам из школьного курса математики знаком угла поворота в ту же сторону на единичной окружности.

Условие равновесия тела, не закреплённого на оси



а

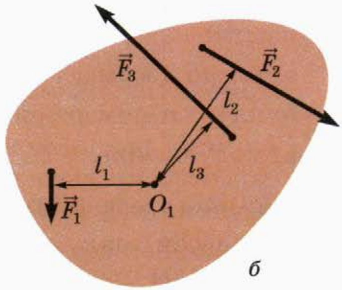
Учтём теперь силу, действующую на закреплённое на оси тело *со стороны оси*. Так, рассмотренное выше тело (рис. 35.6) на самом деле находится в равновесии под действием *трёх* сил: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ (рис. 35.9, *а*).

А теперь заметим, что *покоящееся* тело не вращается вокруг *любой* оси.

Поэтому второе условие равновесия для тела, не закреплённого на оси, можно сформулировать так:

чтобы тело оставалось в покое, необходимо, чтобы алгебраическая сумма моментов *всех* приложенных к телу сил[1] относительно *любой* оси была равна нулю:

$$M_1 + M_2 + ... + M_n = 0. \qquad (4)$$



б

Рис. 35.9

Например, кусок картона, *покоящийся* под действием сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ (рис. 35.9, *б*), можно закрепить иглой в *произвольной* точке O_1. Тело «не заметит» новой оси вращения O_1: оно как было, так и останется в покое.

При решении задач ось, относительно которой находят моменты сил, часто проводят через точку приложения силы или сил, которые не заданы в условии: тогда их моменты относительно этой оси равны нулю. Например, в следующем задании в качестве такой оси удобно взять нижний конец стержня.

Заметим, что *одного* второго условия равновесия также недостаточно для того, чтобы тело осталось в покое.

Покоящееся в начальный момент тело останется в покое[2] только в том случае, если равны нулю и равнодействующая приложенных к телу сил, и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой оси.

---

[1] Мы считаем, что все приложенные к телу силы лежат *в одной плоскости*.

[2] Строго говоря, для этого необходимо ещё, чтобы равновесие было *устойчивым* (см. § 36).

8. Верхний конец покоящегося лёгкого стержня длиной L удерживается горизонтальным тросом (рис. 35.10). Нижний конец стержня закреплён в шарнире (стержень может вращаться вокруг нижнего конца). Угол между стержнем и вертикалью равен α. К середине стержня подвешен груз массой m. Трением в шарнире можно пренебречь. Изобразите на чертеже вес груза $m\vec{g}$ и силу натяжения троса $\vec{T}$, которые действуют на стержень. Чему равны:

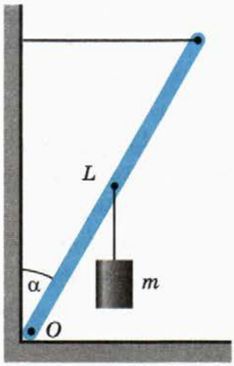


Рис. 35.10

а) плечо и момент силы тяжести относительно точки O?

б) плечо и момент силы $\vec{T}$ относительно точки O?

в) модуль силы $\vec{T}$?

Как можно переносить точку приложения силы?

Перенесём точку приложения силы из A в B *вдоль* линии действия силы (рис. 35.11).

При этом:

— не изменится *векторная сумма* действующих на тело сил;

— не изменится *момент* этой силы относительно *любой* оси, потому что не изменилось плечо l этой силы.

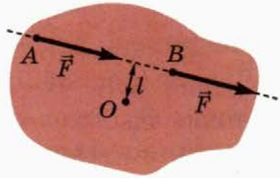


Рис. 35.11

Итак, точку приложения силы можно переносить вдоль линии её действия, не нарушая равновесия тела.

9. Объясните, почему

тело может находиться в покое под действием трёх непараллельных сил только при условии, что линии их действия пересекаются в одной точке (рис. 35.12).

Обратите внимание: точка пересечения линий действия этих сил может находиться (и часто находится!) *вне тела*.

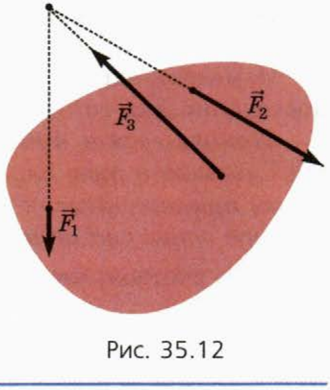


Рис. 35.12

10. Вернёмся к заданию 8 (рис. 35.10).

а) Найдите точку пересечения линий действия веса груза и силы натяжения троса.

б) Найдите графически направление силы, действующей на стержень со стороны шарнира.

в) Куда надо перенести точку крепления горизонтально направленного троса, чтобы сила, действующая на стержень со стороны шарнира, была направлена вдоль стержня?

3. ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Центром тяжести называют точку приложения силы тяжести. Будем обозначать центр тяжести буквой C. Центр тяжести однородного тела правильной геометрической формы совпадает с его геометрическим центром.

Например, центр тяжести однородного:

- диска совпадает с центром диска (рис. 35.13, *а*);
- прямоугольника (в частности, квадрата) совпадает с точкой пересечения диагоналей (рис. 35.13, *б*);
- прямоугольного параллелепипеда (в частности, куба) совпадает с точкой пересечения диагоналей, соединяющих противоположные вершины;
- тонкого стержня совпадает с его серединой (рис. 35.13, *в*).

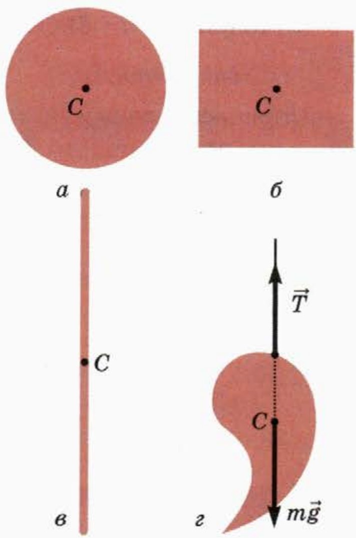


Рис. 35.13

Для тел произвольной формы положение центра тяжести находят опытным путём:

если тело, подвешенное в одной точке, находится в равновесии, то его центр тяжести лежит на одной вертикали с точкой подвеса (рис. 35.13, *г*).

Действительно, если центр тяжести и точка подвеса не будут на одной вертикали, то алгебраическая сумма моментов силы тяжести и силы, действующей со стороны подвеса, не будет равна нулю (например, относительно центра тяжести).

Алгебраическая сумма моментов сил тяжести, действующих на все части тела, относительно центра тяжести тела равна *нулю*[1].

Это используют при расчёте положения центра тяжести.

11. На концах лёгкого стержня длиной l укреплены шарики массой m_1 и m_2. На каком расстоянии от первого шарика находится центр тяжести этой системы?

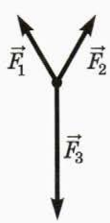
12. Горизонтально расположенная однородная балка длиной 1 м и массой 100 кг висит на двух вертикальных тросах. Синий трос укреплён на расстоянии 20 см от левого конца балки, а зелёный — на расстоянии 30 см от её правого конца. Изобразите на чертеже действующие на балку силы и их плечи относительно центра тяжести балки. Чему равны:

а) плечи сил? б) силы натяжения тросов?

ЧТО МЫ УЗНАЛИ

Первое условие равновесия

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = 0$$

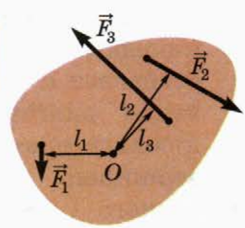


Второе условие равновесия

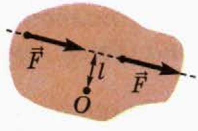
$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$$

Момент силы

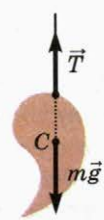
$M = Fl$



Как можно переносить точку приложения силы?



Центр тяжести



[1] Иначе его невозможно было бы подвесить в одной точке.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

13. На одинаковой высоте на расстоянии 1 м друг от друга закреплены концы нерастяжимого троса длиной 2 м. Какой максимальной массы груз можно подвесить к середине троса, чтобы сила натяжения троса не превышала 100 Н?

14. Фонарь подвешен на двух тросах. Силы натяжения тросов равны 10 Н и 20 Н, а угол между тросами равен 120°. Чему равна масса m фонаря?

Подсказка. Если сумма трёх векторов равна нулю, то они образуют треугольник.

15. К куску картона, закреплённому на оси O, в точках A_1 и A_2 прикладывают силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 35.14). Известно, что $OA_1 = 15$ см, $OA_2 = 20$ см, $F_1 = 20$ Н, $F_2 = 30$ Н, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$.

а) Чему равны плечи сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$?

б) Чему равны моменты этих сил (с учётом знака)?

в) Может ли картон остаться в покое? А если нет, то в какую сторону он начнёт вращаться?

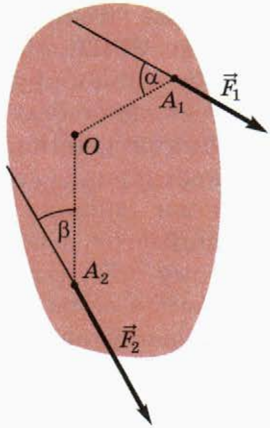


Рис. 35.14

16. Два человека несут цилиндрическую трубу массой 30 кг и длиной 4 м. Первый держит трубу на расстоянии 1,2 м от конца. На каком расстоянии от другого конца держит трубу второй человек, если нагрузка на его плечо составляет 100 Н?

17. Лёгкий стержень длиной 1 м закреплён на горизонтальной оси. Если к левому концу стержня подвесить некоторый груз, а к правому — гирю массой 1 кг, то стержень будет находиться в равновесии. А если тот же груз подвесить к правому концу стержня, то стержень будет находиться в равновесии, если к его левому концу подвешена гиря массой 16 кг.

а) Чему равна масса груза?

б) На каком расстоянии от центра стержня находится ось?

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ: КЛЮЧЕВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧАХ

§ 36. ПРИМЕНЕНИЕ УСЛОВИЙ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛА

1. ВИДЫ РАВНОВЕСИЯ. РАВНОВЕСИЕ ТЕЛА НА ОПОРЕ

Поставим опыт

Обведём мелом или карандашом основание стоящего на столе цилиндра (рис. 36.1). *Фигуру*, ограниченную полученной окружностью, будем называть *площадью опоры*[1].

Рис. 36.1

Линия действия силы тяжести пересекает площадь опоры (рис. 36.2).

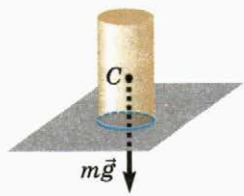


Рис. 36.2

Если наклонить цилиндр на небольшой угол, равновесие нарушится, потому что алгебраическая сумма моментов силы тяжести $m\vec{g}$ и силы нормальной реакции $\vec{N}$ опоры не будет равна нулю (например, относительно центра тяжести) (рис. 36.3).

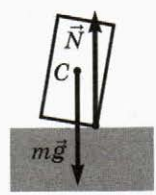


Рис. 36.3

Если отпустить цилиндр, то под действием этих сил цилиндр *вернётся* в начальное положение. Такое положение называют *устойчивым* равновесием.

1. Чему равен тангенс максимального угла, на который можно наклонить стоящий на столе цилиндр радиусом r и высотой h (рис. 36.4), чтобы он вернулся в начальное положение?

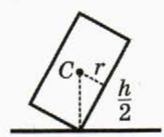


Рис. 36.4

Заметим теперь, что положение, показанное на рисунке 36.4, тоже соответствует равновесию цилиндра!

[1] В соответствии со сложившейся терминологией *площадью опоры* называют в данном случае не *площадь* фигуры, а *саму фигуру*.

2. Объясните, почему в этом положении *оба* условия равновесия для цилиндра выполнены.

Однако если отпустить цилиндр, то он *не удержится* в этом положении: при малейшем отклонении от этого положения действующие на цилиндр сила тяжести и сила нормальной реакции опоры будут отклонять цилиндр ещё дальше от положения равновесия. Такое равновесие называют *неустойчивым*.

3. Изобразите схематически куб и конус в положении неустойчивого равновесия на горизонтальной поверхности. Может ли шар находиться в положении неустойчивого равновесия на этой поверхности?

Это задание даёт нам пример ещё одного вида равновесия (кроме устойчивого и неустойчивого). Шар на горизонтальной поверхности находится в равновесии при *любом* положении: если перекатить шар в любую другую точку поверхности, он снова окажется в положении равновесия. Такое равновесие называют *безразличным*.

4. Какие из следующих тел могут находиться в безразличном равновесии на горизонтальной поверхности: *призма*, *конус*, *пирамида*, *цилиндр*? Какие из этих тел могут находиться на горизонтальной поверхности в устойчивом равновесии? Для каких тел существует положение неустойчивого равновесия? Считайте, что проскальзывания нет.

Опыт и расчёт показывают, что *тело на опоре может находиться в равновесии только при условии, что линия действия силы тяжести пересекает площадь опоры*.

Площадью опоры является фигура наименьшего периметра, *описанная вокруг всех точек опоры тела*. Например, площадь опоры стола на четырёх ножках — это *прямоугольник*, вершины которого — точки соприкосновения ножек стола с полом.

5. Крышка стола массой m — квадрат со стороной d. К углам крышки прикреплены лёгкие ножки высотой H, которые перпендикулярны крышке стола. Стол приподнимают за одну из сторон его крышки. Считайте, что при этом ножки стола не проскальзывают по полу.

а) Насколько надо приподнять центр тяжести стола, чтобы стол после этого опрокинулся?

б) Какую работу при этом надо совершить?

Подсказка. При подъёме центра тяжести тела на h совершается работа mgh.

Цилиндр на наклонной плоскости

Поставим на доску цилиндр высотой h и радиусом r и начнём медленно наклонять доску (рис. 36.5). Коэффициент трения между доской и цилиндром равен μ.

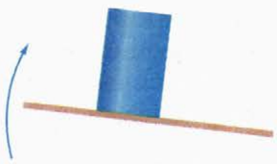


Рис. 36.5

При некотором угле наклона равновесие цилиндра нарушится. При этом возможны два варианта развития событий. Цилиндр может:

1) начать скользить по доске (рис. 36.6);

2) опрокинуться (рис. 36.7).

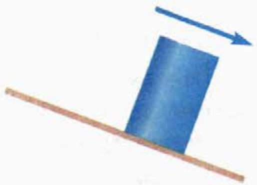


Рис. 36.6

Чтобы определить, какой из этих двух вариантов реализуется при заданных значениях h, r и μ, можно выбрать такой план действий.

1. Найдём, при каком угле наклона $\alpha_{ск}$ цилиндр начнёт *скользить*, если не опрокинется.

2. Найдём, при каком угле наклона $\alpha_{опр}$ цилиндр начнёт *опрокидываться*, если не будет скользить.

3. Из сравнения полученных значений углов $\alpha_{ск}$ и $\alpha_{опр}$ сделаем вывод:

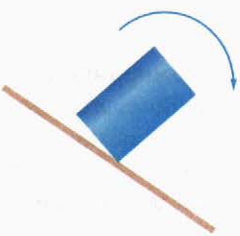


Рис. 36.7

— если $\alpha_{опр} > \alpha_{ск}$, то цилиндр начнёт скользить, когда угол наклона станет равным $\alpha_{ск}$;

— если $\alpha_{опр} \leqslant \alpha_{ск}$, то цилиндр начнёт опрокидываться, когда угол наклона станет равным $\alpha_{опр}$.

При расчётах удобнее сравнивать не углы $\alpha_{ск}$ и $\alpha_{опр}$, а их тангенсы[1].

6. Чему равен тангенс угла наклона $\alpha_{ск}$, при котором цилиндр начал бы скользить, если бы он не опрокидывался?

7. Чему равен тангенс угла наклона $\alpha_{опр}$, при котором цилиндр начал бы опрокидываться, если бы он не скользил?

[1] Для углов от 0 до 90° неравенства для углов и их тангенсов имеют одинаковый знак.

8. На доску ставят цилиндр. Коэффициент трения между доской и цилиндром равен 0,5. Наклон доски медленно увеличивают. При каких из приведённых значений высоты и радиуса цилиндра он начнёт скользить по доске? а) $h = 3$ см, $r = 2$ см; б) $h = 3$ см, $r = 1$ см; в) $h = 5$ см, $r = 1$ см.

2. ЛЕСТНИЦА У СТЕНЫ

К *гладкой* стене приставляют лестницу (рис. 36.8). При каком условии лестница может остаться в покое? Центр тяжести лестницы в её середине.

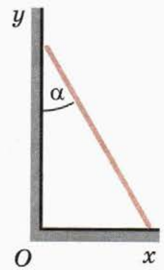


Рис. 36.8

9. Почему лестница упадёт, если пол *гладкий*?

Найдя ответ на этот вопрос, вы установите, что прислонённая к стене лестница может покоиться только при условии, что со стороны пола на неё действует сила трения. А поскольку лестница *покоится*, то это — сила трения *покоя*.

10. Изобразите на чертеже в тетради силы, действующие на лестницу. Введите обозначения:

длина и масса лестницы l и m;
силы нормальной реакции, действующие со стороны стены и пола, $\vec{N}_с$ и $\vec{N}_п$ соответственно;
сила трения, действующая со стороны пола, $\vec{F}_{тр}$;
коэффициент трения между лестницей и полом μ.

11. Объясните, почему справедливы следующие соотношения (α — угол, который составляет лестница с вертикалью):

$$Ox:\ N_с - F_{тр} = 0, \qquad (1)$$

$$Oy:\ N_п - mg = 0, \qquad (2)$$

$$F_{тр} \leqslant \mu N_п, \qquad (3)$$

$$-N_с l\cos\alpha + mg\frac{l}{2}\sin\alpha = 0. \qquad (4)$$

Подсказка. Воспользуйтесь первым и вторым условиями равновесия (второе — относительно нижнего конца лестницы).

12. Объясните, почему справедливо следующее условие равновесия лестницы у гладкой стены:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2} \leqslant \mu. \qquad (5)$$

13. При каком максимальном угле между лестницей и стеной лестница может покоиться, если коэффициент трения между лестницей и полом равен 0,5?

Выполнение неравенства (5) гарантирует, что лестница *без нагрузки* может покоиться. А можно ли по этой лестнице взобраться до *самого верха*?

14. Грузный человек взбирается по лёгкой лестнице. Какое соотношение между α и μ должно выполняться, чтобы человек мог подняться до самого верха лестницы? Считайте, что массой лестницы можно пренебречь по сравнению с массой человека.

Выполнив это задание, вы обнаружите, что для безопасного подъёма по очень лёгкой лестнице угол между лестницей и стеной должен быть существенно меньше, чем для равновесия лестницы без нагрузки.

Палочка в стакане

Пусть в *гладком* цилиндрическом стакане находится *гладкая* тонкая палочка длиной l и массой m. Палочка опирается на край стакана (рис. 36.9).

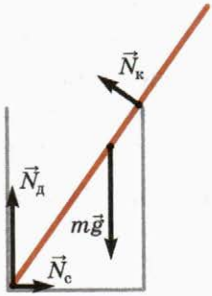


Рис. 36.9

Обозначим высоту стакана h, а его диаметр — d.

Какие силы действуют на палочку?

Прежде всего, это сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная в центре тяжести палочки (он совпадает с её серединой).

Кроме этого, на палочку действуют силы со стороны *края* стакана, его *дна* и *стенки*. Поскольку палочка и стакан *гладкие*, это — *силы нормальной реакции*, направленные *перпендикулярно* поверхности соприкосновения тел. Обозначим эти силы соответственно $\vec{N}_к$, $\vec{N}_д$ и $\vec{N}_с$ (рис. 36.9).

Для упрощения дальнейших формул введём угол α между палочкой и вертикалью, а длину находящейся в стакане части палочки обозначим b.

15. Сделайте в тетради чертёж, на котором обозначены все необходимые величины, и объясните, почему справедливы следующие уравнения:

$$N_к b - mg\frac{l}{2}\sin\alpha = 0,$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{b},$$

$$b^2 = h^2 + d^2.$$

16. С какой силой давит палочка[1] длиной 15 см и массой 100 г на край стакана? Высота стакана 8 см, диаметр — 6 см.

КОЛЕСО И СТУПЕНЬКА

Колесо радиусом r и массой m упирается в ступеньку высотой h (рис. 36.10). Будем считать, что проскальзывания между колесом и ступенькой нет.

Колесо пытаются вкатить на ступеньку, прикладывая к нему силу в *одной* точке.

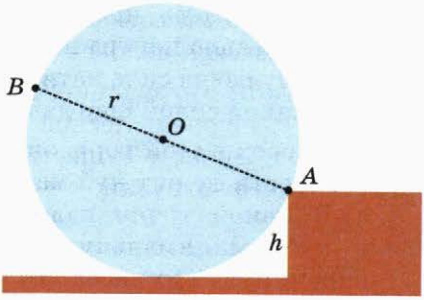


Рис. 36.10

17. В какой точке надо приложить к колесу наименьшую силу $\vec{F}$, необходимую для того, чтобы вкатить его на ступеньку? Как направить эту силу?

18. Чему равно плечо силы тяжести колеса относительно точки A?

19. Чему равна минимальная сила, которую надо приложить к колесу, чтобы вкатить его на ступеньку?

Подсказка. Воспользуйтесь правилом моментов относительно точки A.

---

[1] Согласно третьему закону Ньютона палочка давит на край стакана с такой же по модулю силой, с какой край стакана давит на палочку.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

20. Шар радиусом r лежит в лунке, сделанной в доске (рис. 36.11). Чтобы шар выкатился из лунки, доску надо наклонить к горизонту на угол α. Чему равна глубина лунки h?

Подсказка. Воспользуйтесь условием равновесия тела на опоре.

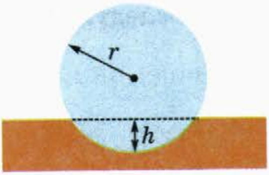


Рис. 36.11

21. Шар массой m и радиусом r закреплён на нити длиной l у гладкой стены (рис. 36.12). Шар находится в равновесии.

а) Объясните, почему продолжение нити проходит через центр шара. Воспользуйтесь правилом моментов относительно центра шара.

б) Чему равна сила натяжения нити?

в) С какой силой шар давит на стену?

Рис. 36.12

22. На шероховатой горизонтальной поверхности лежит куб массой m.

а) В какой точке надо приложить к кубу минимальную силу, чтобы опрокинуть его через его ребро? Считайте, что проскальзывания между кубом и поверхностью нет. Как направить эту силу?

б) Чему равна минимальная сила, которую надо приложить к кубу, чтобы опрокинуть его через ребро?

§ 37. ГИДРОСТАТИКА

1. ЗАВИСИМОСТЬ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ ОТ ГЛУБИНЫ

Напомним, что *давление* p определяется соотношением

$$p = \frac{F}{S}, \qquad (1)$$

где F — модуль силы давления, S — площадь поверхности, на которую действует сила давления. Сила давления направлена *перпендикулярно* поверхности.

Давление является *скалярной* величиной. Его измеряют в *паскалях* (Па): 1 Па $= 1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$. Атмосферное давление равно примерно 10^5 Па.

Вышележащие слои жидкости давят своим весом на нижележащие слои. Поэтому *давление в жидкости с глубиной возрастает*. Зависимость давления жидкости от глубины можно вывести, найдя силу давления на дно цилиндрического сосуда.

? **1.** Покажите, что *давление жидкости плотностью* ρ *на глубине* h (*без учёта атмосферного давления*) *выражается формулой*

$$p = \rho g h. \qquad (2)$$

Подсказка. Найдите силу давления жидкости на дно цилиндрического сосуда и воспользуйтесь формулой (1).

Если на поверхность жидкости оказывается *внешнее* давление $p_{\text{внеш}}$ (например, давление поршня или давление атмосферы), то давление жидкости на глубине h выражается формулой

$$p = p_{\text{внеш}} + \rho g h.$$

? **2.** На какой глубине давление в озере в 2 раза больше атмосферного?

Во многих задачах (например, при нахождении силы Архимеда) имеет значение лишь *разность* давлений жидкости на различных глубинах, а в этой разности вклад атмосферного давления сокращается. Поэтому в таких случаях атмосферное давление не учитывают, то есть давление на глубине h находят по формуле (2). Мы тоже будем так поступать, не оговаривая этого каждый раз особо.

Если в сосуде находятся несколько несмешивающихся жидкостей с различной плотностью, то создаваемое ими давление равно сумме давлений, создаваемых слоем каждой жидкости.

3. В цилиндрическом сосуде с площадью дна 1 дм^2 находятся вода и керосин (эти жидкости не смешиваются). Общая масса жидкостей 2,8 кг, верхний уровень керосина находится на высоте 30 см от дна. Плотность керосина составляет 0,8 от плотности воды.

а) На какой высоте от дна находится граница раздела жидкостей?

б) Чему равна масса керосина?

4. В U-образной трубке с одинаковыми коленами, площадью поперечного сечения 10^{-3} м^2 каждое, находится вода (рис. 37.1). В левое колено наливают 0,1 кг керосина.

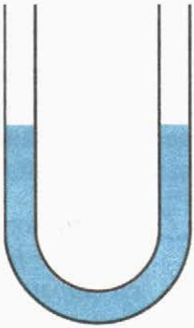


Рис. 37.1

а) Изобразите на чертеже положение жидкостей в коленах трубки.

б) Чему равна высота столба керосина?

в) Чему равно давление жидкостей на уровне границы раздела жидкостей?

г) Чему равна высота столба воды в правом колене над уровнем раздела жидкостей?

д) Насколько поднялся уровень воды в правом колене по сравнению с начальным положением?

Подсказка. В правом колене уровень воды поднялся настолько же, насколько он опустился в левом колене (поскольку объём воды не изменился).

2. ЗАКОН АРХИМЕДА

Рассмотрим силы давления жидкости на погружённый в жидкость куб (рис. 37.2).

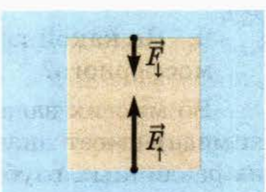


Рис. 37.2

Силы давления на боковые грани куба взаимно уравновешиваются. Но силы давления на *верхнюю* и *нижнюю* грани *не уравновешиваются*: поскольку давление жидкости увеличивается с глубиной, на нижнюю грань куба действует бóльшая сила давления, чем на верхнюю.

Следовательно, равнодействующая сил давления, действующих на *все* участки поверхности куба, направлена *вверх*. Это — *выталкивающая сила*, или *сила Архимеда*, знакомая вам из курса физики основной школы.

5. Чему равна сила Архимеда, действующая на куб с длиной ребра a, погружённый в жидкость плотностью ρ?

Найдём, чему равен модуль силы Архимеда, действующей на тело *произвольной* формы, куда эта сила направлена и в какой точке приложена. На рисунке 37.3, *а* красными стрелками схематически изображены силы давления жидкости, действующие на участки тела *одинаковой* площади. С увеличением глубины эти силы увеличиваются.

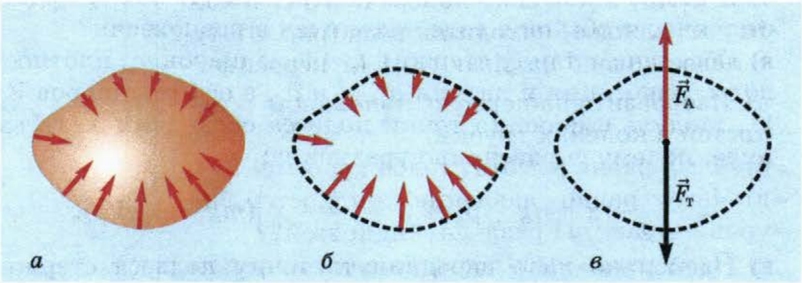


Рис. 37.3

Мысленно заменим погружённое в жидкость тело *этой же жидкостью*. На участки поверхности этого «жидкого» тела будут действовать *такие же* силы давления, что и на данное тело (рис. 37.3, *б*). Следовательно, *равнодействующая* сил давления, действующая на жидкость в объёме данного тела, будет такой же, как и сила Архимеда, действующая на само данное тело.

Заметим теперь, что выделенный объём жидкости находится внутри той же жидкости *в равновесии*. Следовательно, действующие на него сила тяжести $\vec{F}_т$ и сила Архимеда $\vec{F}_A$ *уравновешивают* друг друга, то есть они равны по модулю и направлены противоположно (рис. 37.3, *в*). Отсюда следует, что

на погружённое в жидкость тело действует направленная вверх *сила Архимеда* $\vec{F}_A$, равная по модулю весу жидкости в объёме погружённой в жидкость части тела:

$$F_A = \rho g V_{погр}. \quad (3)$$

Приведённый вывод показывает, что сила Архимеда приложена *в центре тяжести вытесненного телом объёма жидкости* (рис. 37.3, *в*).

Полученное выражение для силы Архимеда и утверждение о точке её приложения справедливы и тогда, когда тело погружено в жидкость лишь частично.

6. На концах лёгкого стержня длиной l подвешены алюминиевый и латунный шары равной массы. Система находится в равновесии. Стержень вместе с шарами погружают в воду.

а) Сохранится ли равновесие стержня? И если нет, то какой шар в воде перевесит?

б) В сторону какого шара надо передвинуть точку подвеса стержня, чтобы он в воде находился в равновесии?

в) Обозначим длину стержня l, массы шаров m, плотности воды, алюминия и латуни $\rho_в$, $\rho_а$ и $\rho_л$, а объёмы шаров $V_а$ и $V_л$. Модуль смещения точки подвеса обозначим x. Объясните, почему справедливо уравнение:

$$\left(\frac{l}{2} + x\right)(mg - \rho_в g V_а) = \left(\frac{l}{2} - x\right)(mg - \rho_в g V_л).$$

г) Насколько надо передвинуть точку подвеса стержня, чтобы он в воде находился в равновесии, если $l = 1$ м, плотность латуни в 3 раза больше плотности алюминия, а плотность алюминия в 2,7 раза больше плотности воды?

7. Ко дну аквариума прикреплена пружина, к верхнему концу которой прикреплён деревянный шар (рис. 37.4). Чему равна плотность дерева, если энергия упругой деформации пружины не изменилась после того, как в аквариум налили воду? Считайте, что шар полностью погружён в воду.

Рис. 37.4

8. Подвешенная за один конец тонкая пластмассовая палочка массой m и длиной l частично погружена в воду и находится в равновесии в наклонном положении (рис. 37.5). При этом длина погружённой в воду части палочки равна l_1. Обозначим площадь поперечного сечения палочки S, плотность пластмассы $\rho_п$, плотность воды $\rho_в$.

Рис. 37.5

а) Изобразите на чертеже действующие на палочку силу тяжести и силу Архимеда. Объясните, почему справедливы уравнения:

$$mg\frac{l}{2} - F_{\text{A}}\left(l - \frac{l_1}{2}\right) = 0; \qquad m = \rho_{\text{п}} lS; \qquad F_{\text{A}} = \rho_{\text{в}} g l_1 S.$$

б) Чему равна плотность пластмассы, если $l_1 = 0{,}5l$?

Палочка в стакане с водой

Вернёмся к палочке в стакане, рассмотренной в § 36. Но пусть теперь стакан доверху наполнен водой (рис. 37.6). Будем считать, что при этом положение палочки не изменилось.

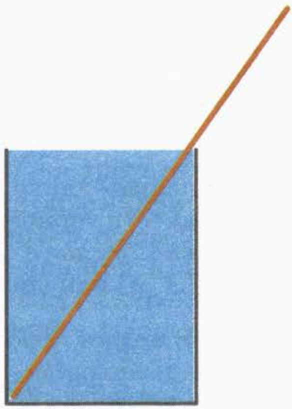


Рис. 37.6

9. Как и почему изменилась сила давления края стакана на палочку после заполнения стакана водой?

Введём обозначения:

l — длина палочки,

S — площадь её поперечного сечения,

m — масса палочки,

ρ — плотность палочки,

$\rho_{\text{в}}$ — плотность воды,

h — высота стакана,

d — его диаметр.

Для упрощения формул удобно обозначить α угол между палочкой и вертикалью, а длину находящейся в стакане части палочки b (α и b можно выразить через h и d, но удобнее ввести для них свои обозначения, чтобы упростить формулы).

Силу, действующую на палочку со стороны края стакана, обозначим $\vec{N}_{\text{к}}$, а силу Архимеда — $\vec{F}_{\text{A}}$.

10. Обозначьте на чертеже в тетради все действующие на палочку силы и объясните, почему справедливы уравнения:

$$N_{\text{к}}b + F_{\text{A}}\frac{b}{2}\sin\alpha - mg\frac{l}{2}\sin\alpha = 0,$$

$$F_{\text{A}} = \rho_{\text{в}} gSb,\ S = \frac{m}{\rho l},\ \sin\alpha = \frac{d}{b},\ b^2 = h^2 + d^2.$$

11. В гладком цилиндрическом стакане диаметром 6 см и высотой 8 см находится тонкая палочка длиной 15 см. Плотность палочки в 2 раза больше плотности воды. Во сколько раз уменьшится сила давления палочки на край стакана после того, как его наполнят водой?

3. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ

Условие плавания тел

Когда тело *плавает*, действующая на него *сила Архимеда* $\vec{F}_А$ *уравновешивает силу тяжести* $\vec{F}_т$. Следовательно,

$$F_А = F_т. \qquad (4)$$

Это справедливо для *любого* тела и *любой* жидкости, причём *независимо от того, погружено тело в жидкость полностью* (рис. 37.7, *а*) *или частично*[1] (рис. 37.7, *б*).

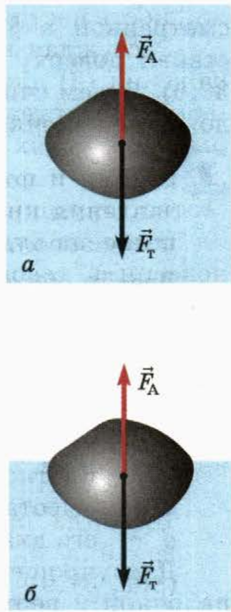


Рис. 37.7

12. В воде и керосине плавают *одинаковые* деревянные шарики. На какой шарик действует бо́льшая сила Архимеда?

Плавание однородных тел

Масса m однородного тела связана с его плотностью $\rho_т$ и объёмом V соотношением

$$m = \rho_т V. \qquad (5)$$

А сила Архимеда равна весу жидкости в объёме *погружённой* части тела. Обозначим плотность жидкости $\rho_ж$, а объём погружённой в жидкость части тела $V_{погр}$. Тогда

$$F_А = \rho_ж g V_{погр}. \qquad (6)$$

13. Объясните, почему справедливо соотношение

$$\frac{V_{погр}}{V} = \frac{\rho_т}{\rho_ж}. \qquad (7)$$

Подсказка. Воспользуйтесь формулами (4), (5), (6).

[1] Точка приложения силы Архимеда может не совпадать с точкой приложения силы тяжести. Но поскольку здесь используется только первое условие равновесия, мы изображаем на чертеже эти силы приложенными в одной точке.

14. Вернёмся к двум одинаковым деревянным шарикам, первый из которых плавает в воде, а второй — в керосине. Масса каждого шарика 100 г.

а) Для какого шарика объём погружённой части больше?

б) Насколько объём погружённой части одного шарика больше, чем другого?

Пусть теперь тело плавает *на границе двух жидкостей* (рис. 37.8). Как найти объём погружённой в каждую жидкость части тела?

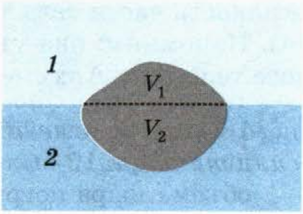


Рис. 37.8

Рассуждая как и при выводе выражения (3) для силы Архимеда, заменим части тела, находящиеся в разных жидкостях, двумя «телами» того же объёма и формы, состоящими из соответствующих жидкостей[1].

Эти тела будут находиться в равновесии в «своих» жидкостях. Следовательно, равнодействующая сил давления, приложенных ко всем частям поверхности тела, направлена вверх и равна по модулю *суммарному* весу жидкостей в объёме, вытесненном телом.

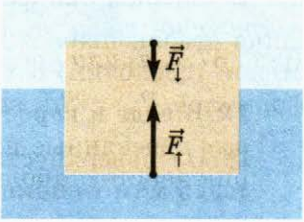


Рис. 37.9

15. Когда брусок плавает на границе двух жидкостей, верхняя (более лёгкая) жидкость давит на него *вниз* (рис. 37.9)! Почему же при нахождении действующей на брусок выталкивающей силы нужно считать, что сила Архимеда, действующая на него со стороны более лёгкой жидкости, направлена *вверх*?

16. Тело объёмом V и плотностью $\rho_т$ плавает на границе двух жидкостей, плотности которых ρ_1 и ρ_2. Обозначим объёмы частей тела, погружённых в каждую жидкость, V_1 и V_2. Объясните, почему справедливо следующее уравнение:

$$\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_т V.$$

[1] При этом надо считать погружённой в верхнюю жидкость часть тела, находящуюся выше границы раздела жидкостей (пунктир на рисунке 37.10), а в нижнюю — ниже этой границы.

17. Пластмассовый брусок высотой 10 см плавает на границе воды и керосина, причём брусок погружён в воду на 4 см. Чему равна плотность бруска?

Плавание неоднородных тел

Если тело *неоднородно* (например, изготовлено из различных материалов или имеет полость), то объём погружённой в жидкость части тела также можно найти, используя формулу (4). Напомним: она утверждает, что действующая на плавающее тело сила Архимеда уравновешивает силу тяжести.

18. Полый медный шар плавает на поверхности воды. Радиус шара 10 см, а толщина стенок — 1 мм. Какая часть объёма шара погружена в воду?

Подсказка. Объём шара радиусом r и площадь его поверхности выражаются формулами $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, $S = 4\pi r^2$. Если толщина стенок шара d намного меньше его радиуса, объём его стенок (оболочки) с хорошей степенью точности выражается формулой $V_{об} = Sd$, где S — площадь поверхности шара.

19. На поверхности воды плавает плоская льдина площадью 5 м^2 и толщиной 10 см. Плотность льда составляет 0,9 от плотности воды.

а) Груз какой наименьшей массы надо поставить на льдину, чтобы она полностью погрузилась в воду?

б) Какую минимальную работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?

Подсказка. В данном случае при нахождении работы по подъёму или погружению тела можно брать среднее арифметическое значений силы Архимеда, действующей на тело в начальном и конечном состояниях.

Теряет ли в весе погружённое в воду тело?

Поставим опыт

Взвесим цилиндр из лёгкого металлического сплава и стакан, наполовину наполненный водой (рис. 37.10, *а*). А затем погрузим подвешенный к динамометру цилиндр в стакан с водой (рис. 37.10, *б*).

Мы увидим, что показания динамометра *уменьшились*. Это легко объяснить: на погружённый в воду цилиндр действует сила Архимеда.

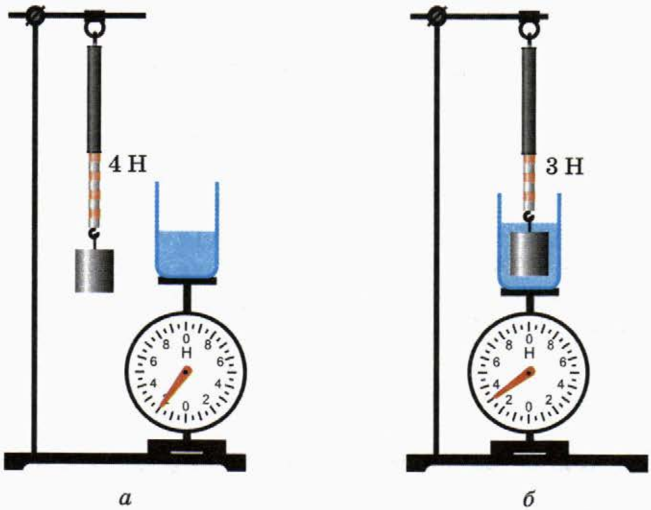


Рис. 37.10

Означает ли это, что вес погружённого в жидкость тела *уменьшается* на величину, равную выталкивающей силе?

Нет, не означает! Вспомним, что вес — это сила, с которой тело *растягивает подвес* или *давит на опору*. При погружении цилиндра в воду его вес не уменьшился, а *перераспределился*: на *подвес* (динамометр) приходится теперь только *часть* веса цилиндра, а оставшаяся часть веса приходится на *опору* (воду). В этом легко убедиться: при погружении цилиндра в воду показания весов, на которых стоит стакан с водой, *увеличились* настолько же, насколько уменьшились показания динамометра, к которому подвешен цилиндр.

Когда человек лежит на воде (рис. 37.11), действующая на него сила Архимеда *уравновешивает* силу тяжести. Но этот человек не находится в невесомости: вода служит ему очень мягкой, но всё-таки *опорой*. Вес человека приложен к воде и *равен силе тяжести* (как для любого покоящегося тела).

Рис. 37.11

20. Находится ли в состоянии невесомости рыба в воде?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

21. Когда подвешенное к динамометру тело погружено в воду, показания динамометра равны $P_в$, а когда это же тело погружено в керосин, показания динамометра равны $P_к$. Чему будут равны показания P динамометра, если тело будет находиться в воздухе? Считайте, что плотность тела больше плотности воды, а плотность керосина составляет 0,8 от плотности воды.

22. В сосуде с водой плавает куб плотностью 900 кг/м³. Длина ребра куба 10 см. Поверх воды наливают слой керосина так, что верхний уровень керосина оказывается вровень с верхней гранью куба.

а) Какова толщина слоя керосина?

б) Насколько изменилась глубина погружения куба в воду?

23. На концах лёгкого стержня длиной 1 м уравновешены алюминиевый и латунный шары равного объёма. Стержень вместе с шарами погружают в воду. Сохранится ли равновесие стержня? И если нет, то какой шар в воде перевесит?

24. К деревянному шару массой 20 кг и плотностью 400 кг/м³ прикреплена длинная стальная цепь. Масса 1 м цепи равна 1 кг. Плотность стали примите равной $8 \cdot 10^3$ кг/м³. Шар с цепью опускают в озеро так, что часть цепи лежит на дне. На какой высоте от дна будет находиться в равновесии шар, если он полностью погружён в воду? Считайте, что радиусом шара по сравнению с глубиной погружения можно пренебречь.

25. В высоком гладком цилиндрическом стакане диаметром 6 см находится тонкая палочка длиной 10 см и массой 100 г (рис. 37.12). Плотность палочки в 2 раза больше плотности воды. С какой силой давит верхний конец палочки на стенку стакана, когда в стакан налита вода до середины палочки?

Подсказка. Искомая сила направлена горизонтально. Примените второе условие равновесия относительно нижнего конца палочки.

Рис. 37.12

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ[1]

1. ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ ТЕЛА ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Цель работы: измерить ускорение шарика, скатывающегося по наклонному жёлобу.

Оборудование: металлический жёлоб[2], стальной шарик, металлический цилиндр, измерительная лента, секундомер или часы с секундной стрелкой.

Описание работы

Движение шарика, скатывающегося по жёлобу, можно приблизительно считать равноускоренным. При равноускоренном движении без начальной скорости модуль перемещения s, модуль ускорения a и время движения t связаны соотношением $s = \frac{at^2}{2}$. Поэтому, измерив s и t, мы можем найти ускорение a по формуле $a = \frac{2s}{t^2}$. Чтобы повысить точность измерения, ставят опыт несколько раз, а затем вычисляют средние значения измеряемых величин.

Ход работы

1. Положите жёлоб на стол, подложив под один из его концов одну или несколько тетрадей. Изменяя угол наклона жёлоба, добейтесь, чтобы шарик катился по нему достаточно медленно: движение вдоль всего жёлоба должно занимать не менее 3 с.

Положите в жёлоб у его нижнего конца металлический цилиндр. Когда шарик, скатившись, ударится о цилиндр, звук удара поможет точнее определить время движения шарика.

2. Отметьте на жёлобе начальное положение шарика, а также его конечное положение — верхний торец металлического цилиндра.

3. Измерьте расстояние между верхней и нижней отметками на жёлобе (модуль перемещения шарика s) и результат измерения запишите в таблицу, заголовок которой приведён ниже.

s, м	t, с	$t_{ср}$, с	a, м/с^2

[1] Лабораторные работы написаны совместно с В. А. Орловым.
[2] Для устойчивости к концам жёлоба можно приклеить кусочки ластика.

4. Отпустите шарик у верхней отметки без толчка и измерьте время t до удара шарика о цилиндр.

Повторите опыт 5 раз, записывая в таблицу результаты измерений. В каждом опыте пускайте шарик из одного и того же начального положения, а также следите за тем, чтобы верхний торец цилиндра находился у соответствующей отметки.

5. Вычислите $t_{\text{ср}} = \dfrac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$ и результат запишите в таблицу.

6. Вычислите ускорение, с которым скатывался шарик: $a \approx \dfrac{2s}{t_{\text{ср}}^2}$. Результат вычислений запишите в таблицу.

7. Запишите выводы из эксперимента.

2. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Цели работы: 1) убедиться на опыте, что тело, брошенное горизонтально, движется по параболе; 2) измерить начальную скорость тела, брошенного горизонтально.

Оборудование: штатив с муфтой и зажимом, изогнутый жёлоб, металлический шарик, лист бумаги, лист копировальной бумаги, отвес, измерительная лента.

Описание работы

Шарик скатывается по изогнутому жёлобу, верхняя часть которого наклонная, а нижняя — горизонтальная (рис. 1). Оторвавшись от жёлоба, шарик под действием силы тяжести движется по параболе. Вершина этой параболы находится в точке, где шарик оторвался от жёлоба.

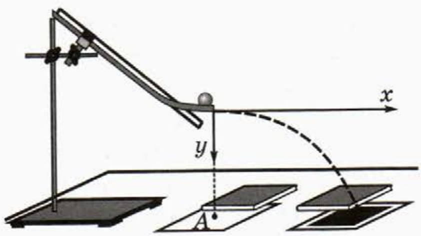


Рис. 1

Выберем систему координат, как показано на рисунке.

При движении по параболе высота h, с которой падает шарик, и дальность полёта l связаны соотношением $h = \dfrac{gl^2}{2v_0^2}$. Отсюда следует, что при одинаковых начальных скоростях отношение высот, с которых падает шарик, должно быть равно отношению квадратов дальности полёта.

Измерив h и l, можно найти скорость шарика в момент отрыва от жёлоба по формуле $v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}$.

Ход работы

1. Соберите установку, изображённую на рисунке Л-1. Нижний участок жёлоба должен быть горизонтальным, а расстояние h от нижнего края жёлоба до стола должно равняться 40 см. Лапки зажима расположите около верхнего конца жёлоба.

2. Положите под жёлобом лист бумаги, придавив его книгой, чтобы он не сдвигался при проведении опытов. Отметьте на этом листе с помощью отвеса точку A, находящуюся на одной вертикали с нижним концом жёлоба.

3. Поместите шарик в жёлоб так, чтобы он касался зажима штатива, и отпустите шарик без толчка. Заметьте (примерно) место на столе, куда упадёт шарик. На отмеченное место положите лист бумаги, а на него — лист копировальной бумаги рабочей стороной вниз. Придавите эти листы книгой, чтобы они не сдвигались при проведении опытов.

4. Снова поместите шарик в жёлоб так, чтобы он касался зажима штатива, и отпустите без толчка. Повторите этот опыт 5 раз, следя за тем, чтобы лист копировальной бумаги и находящийся под ним лист не сдвигались. Снимите лист копировальной бумаги, не сдвигая листа под ним, и отметьте точку, расположенную наиболее близко ко всем отпечаткам (выбор этой точки означает усреднение результатов пяти опытов).

Учтите при этом, что некоторые отпечатки могут быть расположены очень близко друг к другу.

5. Измерьте расстояние l от отмеченной точки до точки A.

6. Опустите жёлоб так, чтобы его нижний край находился на высоте 10 см над столом, и повторите пункты 1—5. Измерьте соответствующее значение дальности полёта и вычислите отношения $\frac{h_1}{h_2}$ и $\frac{l_1}{l_2}$.

7. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу, заголовок которой приведён ниже.

h, м	l, м	$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{l_1}{l_2}$

8. Проверьте, выполняется ли соотношение $\frac{h_1}{h_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}$. Запишите расчёт и сделайте вывод.

9. По результатам первого опыта вычислите значение v_0, используя формулу $v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}$. Запишите расчёт.

10. Запишите выводы из эксперимента.

3. ИЗМЕРЕНИЕ ЖЁСТКОСТИ ПРУЖИНЫ

Цели работы: 1) проверить справедливость закона Гука для пружины динамометра; 2) измерить жёсткость этой пружины.

Оборудование: штатив с муфтой и зажимом, динамометр с заклеенной шкалой, набор грузов массой по 100 г, прозрачная линейка.

Описание работы

Согласно закону Гука модуль F силы упругости и модуль x удлинения пружины связаны соотношением $F = kx$. Измерив для конкретного случая F и x, можно найти коэффициент жёсткости k по формуле $k = \frac{F}{x}$.

Ход работы

1. Закрепите динамометр в штативе на достаточно большой высоте над столом.

2. Подвешивая от одного до четырёх грузов, вычислите для каждого случая значение силы упругости. Напомним, что в состоянии равновесия действующая на груз со стороны пружины сила упругости уравновешивается силой тяжести: $F = mg$. Измерьте также соответствующее удлинение пружины x.

3. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу, заголовок которой приведён ниже.

m, кг	mg, Н	x, м

4. Начертите оси координат x и F, выбрав такой масштаб: 1 см удлинения пружины — 2 клетки и 1 Н силы упругости — 2 клетки. Нанесите полученные экспериментальные точки на координатную сетку.

5. С помощью прозрачной линейки проведите отрезок прямой, проходящий через начало координат как можно ближе к каждой из поставленных вами точек.

6. На основании этого построения определите, как зависит сила упругости от удлинения пружины. Запишите вывод.

7. По графику зависимости силы упругости от удлинения пружины найдите жёсткость пружины. Для наибольшей точности расчёта следует взять точку на графике, наиболее удалённую от начала координат. Запишите расчёт и результат.

8. Запишите выводы из эксперимента.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Цели работы: 1) исследовать, от каких параметров зависит сила трения скольжения; 2) измерить коэффициент трения скольжения.

Оборудование: деревянная доска (или линейка), брусок, набор грузов массой по 100 г, динамометр.

Описание работы

Если равномерно тянуть брусок с грузом по горизонтальной поверхности, то прикладываемая к бруску горизонтальная сила будет равна по модулю силе трения скольжения $F_{тр}$, действующей на брусок со стороны поверхности. Модуль силы трения $F_{тр}$ связан с модулем силы нормальной реакции N соотношением $F_{тр} = \mu N$. Измерив $F_{тр}$ и N, можно найти коэффициент трения μ по формуле $\mu = \frac{F_{тр}}{N}$.

Ход работы

1. Измерьте вес бруска.

2. Положите брусок на горизонтальную деревянную поверхность так, чтобы с этой поверхностью соприкасалась самая большая грань бруска. Поставьте на брусок один груз и равномерно тяните брусок по поверхности с помощью динамометра, как показано на рисунке 1.

Запишите значение модуля силы нормальной реакции N и соответствующее ему значение модуля силы трения $F_{тр}$ в таблицу, заголовок которой приведён ниже.

N, Н	$F_{тр}$, Н	$\mu = \frac{F_{тр}}{N}$

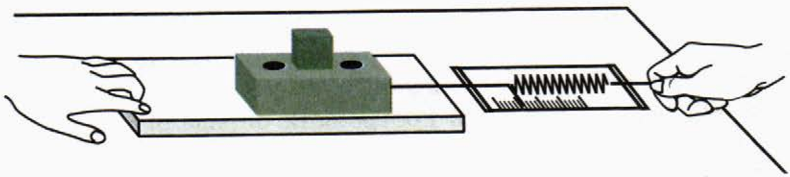


Рис. 1

3. Повторите опыт, поставив на брусок два и затем три груза. Запишите результаты в таблицу.

4. Вычислите коэффициент трения между бруском и горизонтальной поверхностью во всех трёх случаях (в пределах погрешности опыта результаты должны совпадать). Результаты опыта с тремя грузами обеспечивают наибольшую точность вычисления коэффициента трения. Расчёт и результат запишите.

5. Запишите выводы из эксперимента.

5. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИКЕ

Цель работы: сравнить изменение потенциальной энергии груза с изменением потенциальной энергии пружины.

Оборудование: штатив с муфтой и зажимом, динамометр с фиксатором, груз, прочная нить, измерительная лента или линейка с миллиметровыми делениями.

Описание работы

Груз весом P прикрепляют с помощью нити к крючку пружины динамометра. Затем его поднимают на такую высоту h_1 над поверхностью стола, чтобы нить провисала (рис. 3). Когда груз отпускают, он движется вниз и растягивает пружину. Измеряют высоту груза h_2 над поверхностью стола, а также удлинение пружины x в тот момент, когда оно максимально (в этот момент скорость груза и, следовательно, его кинетическая энергия равны нулю).

При движении груза вниз его потенциальная энергия уменьшается на $|\Delta E_{\text{гр}}| = P(h_1 - h_2)$, зато потенциальная энергия пружины увеличивается на $E_{\text{пр}} = \dfrac{kx^2}{2}$, где k — жёсткость пружины, x — максимальное удлинение пружины.

При движении груза вниз часть его потенциальной энергии переходит во внутреннюю вследствие трения в динамометре и сопротивления воздуха, поэтому $E_{пр} < |\Delta E_{гр}|$.

Потенциальная энергия деформированной пружины $E_{пр} = \dfrac{Fx}{2}$; где x — максимальное удлинение пружины, а F — соответствующая ему сила упругости[1]. Таким образом, чтобы найти отношение $\dfrac{E_{пр}}{|\Delta E_{гр}|}$, надо измерить P, h_1, h_2, F и x.

Для измерения F, x и h_2 необходимо отметить максимальное удлинение пружины. Для этого на стержень динамометра около ограничительной скобы надевают кусочек картона (фиксатор), который может перемещаться вдоль стержня с небольшим трением. При движении груза вниз ограничительная скоба динамометра переместит фиксатор вверх по стержню динамометра. Чтобы измерить максимальную силу упругости, надо затем растянуть динамометр рукой так, чтобы фиксатор оказался снова у ограничительной скобы. По значению максимальной силы упругости F можно определить значения x и h_2.

Ход работы

1. Соберите установку, изображённую на рисунке 2.

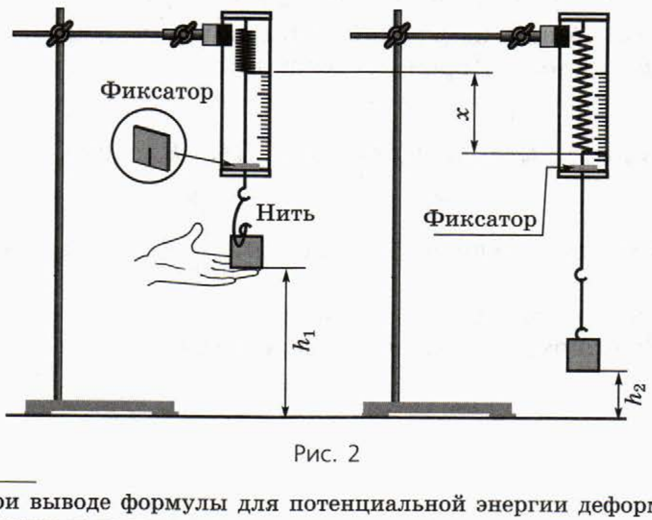


Рис. 2

[1] При выводе формулы для потенциальной энергии деформированной пружины надо учесть, что среднее значение силы упругости при растяжении пружины равно $\dfrac{F}{2}$.

2. Привяжите груз на нити длиной 12—15 см к крючку динамометра. Закрепите динамометр в зажиме штатива на такой высоте, чтобы груз при максимальном растяжении пружины динамометра не доставал до стола.

3. Приподняв груз так, чтобы нить провисала, установите фиксатор на стержне динамометра около ограничительной скобы (рис. 3, *а*). Отпустив груз, убедитесь в том, что при максимальном растяжении пружины она не достаёт до ограничительной скобы (в противном случае при неупругом ударе пружины об ограничительную скобу произойдёт превращение значительной части её механической энергии во внутреннюю). Если это условие не выполняется, уменьшите начальную высоту груза.

4. Поднимите груз и измерьте высоту h_1, на которой находится нижняя грань груза.

5. Отпустите груз без толчка. Падая, груз растянет пружину, и фиксатор переместится по стержню вверх. Затем, растянув рукой пружину так, чтобы фиксатор оказался у ограничительной скобы, измерьте F, x и h_2.

6. Вычислите: а) вес груза $P = mg$; б) увеличение потенциальной энергии пружины $E_{пр} = \frac{Fx}{2}$; в) модуль уменьшения потенциальной энергии груза $|\Delta E_{гр}| = P(h_1 - h_2)$.

7. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу, заголовок которой приведён ниже.

P, Н	h_1, м	h_2, м	F, Н	x, м	$\lvert\Delta E_{гр}\rvert$, Дж	$E_{пр}$, Дж	$1 - \frac{E_{пр}}{\lvert\Delta E_{гр}\rvert}$

8. Найдите значение отношения $\frac{E_{пр}}{|\Delta E_{гр}|}$ и сравните его с единицей. Расчёт и результат запишите.

9. Запишите выводы из эксперимента.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Погрешности измерений обусловлены неточностью самих приборов и неточностью снятия их показаний, влиянием случайных факторов и т. д. Различают *абсолютную* и *относительную* погрешности.

Абсолютной погрешностью называют модуль отклонения измеренного значения физической величины от её истинного значения. Если ΔA — наибольшее значение абсолютной погрешности, то результат измерения записывают в виде $A = A_{ср} \pm \Delta A$. Это означает, что значение физической величины находится между $A_{min} = A_{ср} - \Delta A$ и $A_{max} = A_{ср} + \Delta A$.

Относительная погрешность $\varepsilon_A = \dfrac{\Delta A}{A} \cdot 100\,\%$. Относительная погрешность полнее характеризует точность измерения, чем абсолютная. Например, если длина карандаша и длина комнаты измерены с одной и той же абсолютной погрешностью $\Delta l = 1$ см, то в первом случае измерение не очень точное (относительная погрешность довольно велика), а во втором случае — довольно точное (относительная погрешность мала).

Оценка абсолютной погрешности прямых измерений. При прямом измерении значение величины определяют непосредственно по шкале измерительного прибора (линейки, динамометра, часов и т. д.). Если результаты повторных опытов в пределах точности прибора совпадают, погрешность измерения считают равной цене деления шкалы прибора $\Delta A = \Delta A_{ш}$ (например, наибольшая абсолютная погрешность измерения длины с помощью линейки с миллиметровыми делениями равна 1 мм). Если же разброс результатов повторных опытов больше $\Delta A_{ш}$, используют усреднение результатов нескольких опытов. Тогда за измеренное значение принимают $A_{ср} = \dfrac{A_1 + A_2 + ... + A_N}{N}$, где N — число опытов, а погрешность измерения оценивают по формуле $\Delta(A_{ср}) = \dfrac{|A_{ср} - A_1| + |A_{ср} - A_2| + ... + |A_{ср} - A_N|}{N}$. За абсолютную погрешность измерения ΔA принимают *бóльшую* из двух величин: $\Delta(A_{ср})$ и $\Delta A_{ш}$.

Оценка абсолютной погрешности косвенных измерений. Косвенным называют измерение, при котором значение измеряемой величины определяют не непосредственно по показаниям приборов, а по формулам, в которые входят значения физических величин, полученные с помощью прямых измерений. Например, для измерения плотности вещества измеряют массу и объём тела и находят плотность по формуле $\rho = \frac{m}{V}$.

Один из наиболее простых методов оценки погрешности косвенных измерений — это *метод границ*. Он состоит в том, что с помощью формулы, по которой вычисляют измеряемую величину B, находят *два* значения: B_{min} и B_{max}, между которыми находится истинное значение измеренной величины B. Абсолютная погрешность измерения в таком случае $\Delta B = \frac{B_{max} - B_{min}}{2}$, а среднее значение $B_{ср} = \frac{B_{max} + B_{min}}{2}$.

Округление результатов. Округлять результаты измерений и вычислений следует так, чтобы последняя значащая цифра находилась в том же десятичном разряде, что и абсолютная погрешность измеряемой величины.

Интернет-ресурсы для дополнительного изучения физики:

http://school-collection.edu.ru/catalog/pupil/?subject=30 — Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР), раздел «Физика».

http://potential.org.ru/ — Образовательный журнал для старшеклассников и учителей.

http://allphysics.ru/ — Сайт для всех интересующихся физикой.

http://sfiz.ru/index.php — «Эта удивительная физика».

http://experiment.edu.ru/ — Российский общеобразовательный портал.

http://fiz.1september.ru/ — сайт журнала «Физика. Первое сентября».

http://www.astronom-ntl.narod.ru/physmain.htm — Астрономия и физика на ладони.

http://gannalv.narod.ru/fiz/ — Физика в школе.

http://presfiz.narod.ru/ — Физика в презентациях.

http://physics03.narod.ru/ — Физика вокруг нас.

ПРОЕКТНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ[1]

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ РЕАКЦИИ ЧЕЛОВЕКА. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВИДЕОКАМЕРЫ В КАЧЕСТВЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ИНСТРУМЕНТА

Цели проекта

1. Измерение времени реакции человека на различные виды сигналов.
2. Изучение возможностей использования видеокамеры для измерения перемещения, скорости и ускорения.

Задачи проекта

1. Изучение теоретического материала по данным темам.
2. Изготовление простого измерителя времени реакции человека на различные виды сигналов: визуальный, звуковой, тактильный (прикосновение).
3. Измерение перемещения, скорости и ускорения различных тел с использованием видеосъёмки.
4. Определение характера движения этих тел.

Оборудование

1. Линейка длиной 50 см с миллиметровыми делениями.
2. Видеокамера любительская или телефон со встроенной видеокамерой.
3. Плеер, дающий возможность покадрового просмотра видеофрагментов на компьютере.
4. Принтер.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОЕКТА

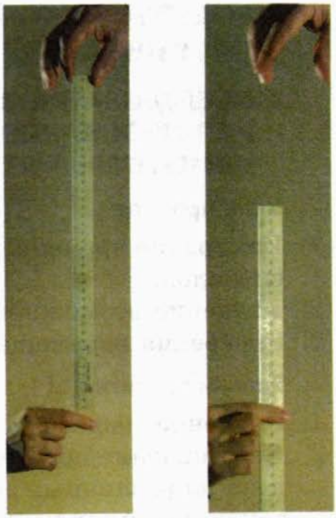
Базовый уровень

1. Время реакции человека — это промежуток времени от сигнала до ответной реакции на сигнал. В данном проекте время реакции человека находят по пути, который проходит тело, свободно падающее без начальной скорости. Рассчитайте, какое расстояние пройдёт это тело за 0,1 с; 0,2 с; 0,3 с.
2. Расположите линейку вертикально нулевой отметкой вниз. Большой и указательный пальцы испытуемого должны находиться у нулевой отметки, не касаясь линейки (рис. 1, *а*).

[1] Все проекты в этом учебнике разработаны совместно с А. И. Фишманом, А. И. Скворцовым, Р. В. Даминовым и А. Ф. Коробковым.

Отпустите линейку. Испытуемый должен поймать её, как можно раньше сжав большой и указательный пальцы.

3. По отметке, на которой оказались пальцы испытуемого, определите время его реакции (рис. 1, *б*).
4. Изготовьте простейший измеритель времени реакции. Для этого наклейте на линейку бумажную полосу, проградуированную в единицах времени.
5. Измерьте время реакции своих одноклассников и родственников. Запишите данные в таблицу.
6. Найдите зависимость времени реакции человека от его возраста, времени суток, предыдущей физической нагрузки (например, десяти быстрых приседаний).
7. Измерьте время реакции человека на звуковой сигнал и прикосновение.



а *б*

Рис. 1

Углублённый уровень

8. Определите частоту кадров при видеосъёмке для имеющейся видеокамеры. Найдите интервал времени между последовательными кадрами.
9. Укрепите видеокамеру (если возможно, на штативе) и произведите видеосъёмку движущихся тел, например автомобилей (можно из окна или с балкона). Узнайте размеры этих тел (если возможно, измерьте).
10. Распечатайте последовательные кадры видеосъёмки.
11. По различным *парам* последовательных кадров определите значения скорости движущихся тел. Используйте при этом сведения о размерах тел. Объясните, почему для этого нужны два последовательных кадра.
12. По различным *тройкам* последовательных кадров определите значения ускорения движущихся тел. Объясните, почему для этого нужны три последовательных кадра.

Подготовьте презентацию о выполнении проекта.

2. САМОЗАТЯГИВАЮЩИЕСЯ УЗЛЫ И ЗАМКИ

Цели проекта

1. Изучение условий, при которых действующая на ленту или верёвку (или со стороны ленты или верёвки) сила трения возрастает с увеличением силы натяжения.
2. Рассмотрение практического применения данного явления.

Задачи проекта

1. Исследование зависимости силы трения от силы натяжения.
2. Изготовление устройства «таинственный захват».
3. Изучение самозатягивающихся узлов и замков.

Оборудование

1. Самозатягивающийся замок от туристического рюкзака, капроновая стропа по ширине замка, два набора грузов, штатив с лапкой.
2. Пуговица с двумя отверстиями и прочная нить или тонкая верёвка, которая свободно проходит в эти отверстия.
3. Капсула от «Киндер-сюрприза», прочная нить, грузы разной массы.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОЕКТА

Базовый уровень

1. На рисунке 1 показана натянутая верёвка, огибающая препятствие. Объясните, почему модуль силы нормальной реакции $\vec{N}$, действующей на верёвку со стороны этого препятствия, пропорционален модулю силы натяжения верёвки $\vec{T}$.
2. Объясните, почему при увеличении силы натяжения верёвки увеличивается действующая на неё сила трения, если верёвку перемещают или пытаются перемещать поперёк препятствия.
3. Изготовьте самозатягивающийся узел (рис. 2) и исследуйте его свойства.

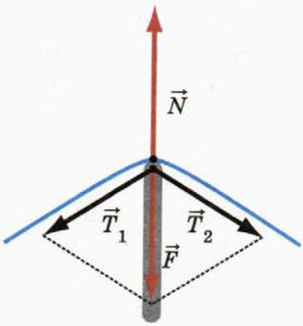


Рис. 1

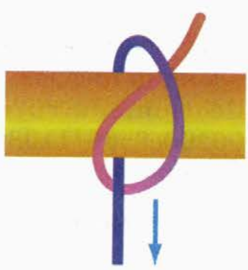
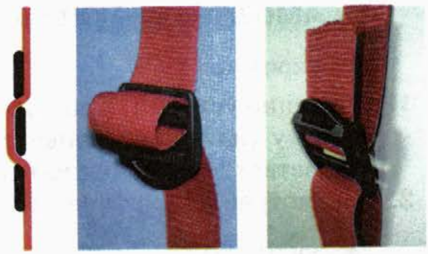


Рис. 2

4. Прикрепите нить к штативу и проденьте её через оба отверстия пуговицы (рис. 3, *а*, изображено в разрезе). Объясните, почему чем больше натяжение верёвки, тем труднее перемещать пуговицу вдоль неё.



а *б* *в*

Рис. 3

Углублённый уровень

5. Один конец капроновой ленты закрепите на лапке штатива, а саму ленту проденьте в замок от рюкзака, как показано на рисунке 3, *б*.
6. Проверьте возможность сравнительно свободного скольжения замка по ленте, когда она не натянута. Используя два набора грузов, найдите зависимость силы трения между замком и лентой от силы натяжения ленты.
7. Изучите на опыте свойства самозатягивающегося замка (рис. 3, *в*). Сравните наблюдаемые явления с «заклиниванием», описанным в § 20. Исходя из этого сравнения, дайте общее объяснение самозатягивающимся узлам.
8. Изготовьте устройство «Таинственный захват». Для этого проделайте в торцах капсулы от «Киндер-сюрприза» отверстия и проденьте сквозь них нить так, чтобы внутри капсулы нить проходила через два отверстия в пуговице. Закройте капсулу, чтобы «секрет» устройства не был виден. К одному концу верёвки привяжите лёгкий груз, а к другому — тяжёлый. Предложите зрителям объяснить, почему капсула будет скользить по верёвке, если держать всё устройство за тяжёлый груз, и будет покоиться в любом месте на верёвке, если держать устройство за лёгкий груз.

Загрузите архив «Таинственный захват» с сайта Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/6ff3234e-18e5-11dc-8314-0800200c9a66/110805/?&onpage=20&onpage=20&page=3, а затем откройте файл 74.avi.

Подготовьте презентацию о выполнении проекта.

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ ПРИ СКАТЫВАНИИ ТЕЛ ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ

Цели проекта

1. Исследование преобразования потенциальной энергии в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения при скатывании тел по наклонной плоскости.
2. Изучение применения данного явления на практике.

Задачи проекта

1. Изучение теоретического материала по данной проблеме.
2. Определение кинематических параметров поступательного и вращательного движения различных тел при скатывании по наклонной плоскости.
3. Наблюдение скатывания различных цилиндрических тел по наклонной плоскости.

Оборудование

1. Доска для наклонной плоскости длиной не менее 1 м.
2. Две одинаковые цилиндрические пластиковые бутылки объёмом 0,5 л.
3. Сухой песок.
4. Однородный твёрдый шар.
5. Однородный твёрдый цилиндр (его можно заменить пластиковой бутылкой, плотно заполненной песком).
6. Однородный тонкостенный цилиндр (его можно заменить пустой пластиковой бутылкой).
7. Поролоновая губка в форме параллелепипеда.
8. Набор металлических скрепок или английских булавок.
9. Секундомер (можно использовать встроенный в электронные часы или мобильный телефон).

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОЕКТА

Базовый уровень

1. Подберите такой угол наклона плоскости, чтобы подготовленные вами тела цилиндрической формы скатывались без начальной скорости в течение нескольких секунд.
2. Измерьте время скатывания различных тел.
3. Постройте столбчатую диаграмму для наглядного сравнения времени скатывания различных тел с одной и той же наклонной плоскости.

4. Присоединяя к губке металлические скрепки или английские булавки, добейтесь того, чтобы пропитанная водой губка находилась во взвешенном состоянии в бутылке, доверху наполненной водой.
5. Скатите бутылку с водой, в которой взвешена губка, по наклонной плоскости и рассмотрите, как изменяется положение губки в пространстве. Попробуйте сделать видеосъёмку этого явления и рассмотрите последовательные кадры.
6. На основании произведённых наблюдений сделайте вывод: преобразуется ли начальная потенциальная энергия воды в кинетическую энергию вращательного движения.

Углублённый уровень

7. Используя наблюдения, сделанные при выполнении предыдущего пункта, объясните, почему бутылка, наполненная песком, скатывается медленнее, чем пустая бутылка.
8. Оцените, в каком соотношении распределяется начальная потенциальная энергия различных тел между кинетической энергией поступательного и вращательного движения.
9. Сравните время скатывания шара и цилиндров (сплошного и тонкостенного). Исходя из результатов опыта, сделайте вывод: у какого из этих тел отношение кинетической энергии вращательного движения к кинетической энергии поступательного движения больше?
10. Наполните бутылку до половины песком и плотно закройте крышку, держа бутылку вертикально. *Осторожно*, стараясь, чтобы песок «не растёкся» внутри бутылки, положите её на наклонную плоскость. Пронаблюдайте за движением бутылки. Подберите такой угол наклона плоскости, при котором бутылка остановится посредине доски. Опишите, какие превращения энергии при этом произошли.
11. Исследуйте, как изменяется скатывание бутылки по мере её заполнения песком. Объясните, почему почти пустая и почти полная бутылка катятся по плоскости, а полупустая — не катится.

Загрузите архив «Песок в бутылке» с сайта Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/6ff3234e-18e5-11dc-8314-0800200c9a66/110820/?interface=pupil&class=53&subject=30 и откройте файл 51.avi.

Подготовьте презентацию о выполнении проекта.

4. УСТОЙЧИВОЕ РАВНОВЕСИЕ ТЕЛА, ИМЕЮЩЕГО ОДНУ ТОЧКУ ОПОРЫ

Цели проекта

1. Исследование равновесия тела, имеющего только одну точку опоры.
2. Нахождение условий устойчивого равновесия тела с одной точкой опоры.
3. Изучение применения данного явления на практике.

Задачи проекта

1. Изучение теоретического материала по данной теме.
2. Расчёт и изготовление тел с одной точкой опоры, находящихся в положении устойчивого равновесия, когда центр тяжести находится ниже точки опоры.
3. Расчёт и изготовление тел с одной точкой опоры, находящихся в положении устойчивого равновесия, когда центр тяжести находится выше точки опоры.

Оборудование

1. Проволока и пластилин.
2. Полый цилиндр.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРОЕКТА

Базовый уровень

1. Изготовьте конструкцию, подобную изображённой на рисунке 1.
2. Объясните, почему система находится в положении устойчивого равновесия, когда её центр тяжести расположен ниже точки опоры. Сделайте пояснительный чертёж.

Рис. 1

3. Изготовьте с помощью проволоки и пластилина несколько различных тел, находящихся в положении устойчивого равновесия на одной точке опоры.
4. Найдите положение центра тяжести каждого из этих тел (см. § 35) и убедитесь: для устойчивого равновесия тела необходимо, чтобы его центр тяжести находился ниже точки опоры.

Углублённый уровень

5. Рассмотрите случай, когда тело находится в положении устойчивого равновесия, причём центр тяжести тела *выше*

точки опоры. Изготовьте игрушку типа куклы-неваляшки (рис. 2), используя подручные материалы.

Рис. 2

6. Рассчитайте, где должен находиться центр тяжести тела, нижняя часть которого — полусфера или полуцилиндр, чтобы оно было в устойчивом равновесии при опоре на одну точку, находящуюся ниже его центра тяжести. Воспользуйтесь для этого условиями равновесия тела (см. § 35, 36).

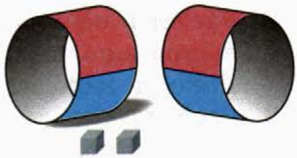
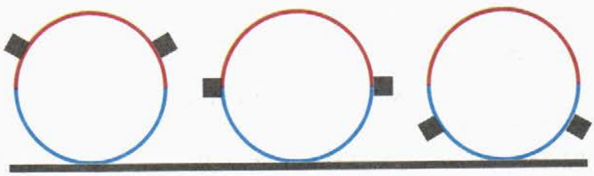


Рис. 3

7. Для дальнейшего исследования изготовьте модель «неваляшки», используя полый цилиндр и два *одинаковых* пластилиновых кубика (на рисунке 3 цилиндр для наглядности показан с двух сторон). Разметьте цилиндр, разделив его двумя образующими на две равные части — например, окрасив половины цилиндра разными цветами.



а *б* *в*

Рис. 4

8. Поочерёдно прикрепите к цилиндру два пластилиновых кубика в положениях, показанных на рисунках 4, *а—в*. Определите на опыте, в каких случаях равновесие цилиндра будет устойчивым, неустойчивым и безразличным. Объясните результаты своих опытов, сделав пояснительные чертежи.
9. Предложите возможные практические применения устойчивого равновесия тела с одной точкой опоры.

Подготовьте презентацию о выполнении проекта.

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ

§ 1. 9. а) 17 см; 0 см. б) 21 см; 12,6 м. **15.** $l_п = l_л - \frac{\pi d}{2}$; $l_п = 7{,}6$ м. **16.** $c_x = -1$ см; $c_y = 7$ см. **17.** 0 км. Указание. После первого поворота полярник шёл вдоль параллели, то есть по дуге окружности. **18.** 3 км.

§ 2. 1. а) 1 м/с. б) 3,6 км. **2.** 3,6 км/ч. **3.** 54 км/ч. **4.** а) Красным. б) В отрицательном. в) 1,5 м/с и 4 м/с. **6.** а) *а* и *г*. б) *а* и *в*. в) *а* и *в*. **7.** а) Красным. б) Встрече. в) Модули скорости: 20 км/ч и 60 км/ч. **8.** 5,69 и 10,44 м/с. **12.** а) $v_x = -4$ м/с; $v_y = 3$ м/с. б) $s_x = -16$ м; $s_y = 12$ м. е) 20 м. **13.** 80 км/ч или −80 км/ч. **15.** а) $t_1 = \frac{d}{v}$. б) $t_2 = \frac{b}{v}$. в) $\frac{d + b}{v}$. г) 400 м.

§ 3. 2. 4 ч. **3.** а) В 2 раза. б) В 3 раза. **4.** а) В 10 раз. б) 1 ч 39 мин. **5.** а) 0,5 ч. б) 1 км/ч. в) Скорость лодки и направление её движения вначале. **6.** 45 с. **7.** а) 45 и 10 м/с. б) 35 и 10 м/с. в) 45 и 35 м/с. г) Наибольшие: синего относительно красного и красного относительно синего; наименьшие: фиолетового относительно красного и красного относительно фиолетового. **8.** а) $b\frac{v_ч + v_т}{v_ч}$. б) Если $v_ч > v_т$, то $b\frac{v_ч - v_т}{v_ч}$; если $v_ч < v_т$, то $b\frac{v_т - v_ч}{v_ч}$; оба эти случая можно обобщить одной формулой $b\frac{|v_ч - v_т|}{v_ч}$. в) 1) 60 м; 2) 120 м. **9.** 16 мин. **10.** 1 м/с. **11.** В 4 раза. **12.** а) В 2,41 раза. б) 1) 2,93 км. 2) 5,86 км. **13.** 21,7 м/с.

§ 4. 1. 10 м/с. **2.** 10 м/с. **3.** а) В точке, соответствующей 3 с; в точках, соответствующих 0 и 6 с. б) 10 и 0 м/с. **4.** На 16 км/ч. **5.** а) 20 км. б) 2 ч. в) 10 км/ч. **6.** а) 15 км. б) 30 км. в) 4 ч. г) 7,5 км/ч. **7.** В первом случае он ехал и шёл пешком одинаковое время; во втором случае он шёл в 3 раза большее время, чем ехал. **8.** а) $v_1\frac{t}{2}$; $v_2\frac{t}{2}$. б) $(v_1 + v_2)\frac{t}{2}$. в) $\frac{v_1 + v_2}{2}$. **9.** а) $\frac{l}{2v_1}$; $\frac{l}{2v_2}$. б) $\frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}$. в) $\frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$. **11.** $\frac{v_1}{v_2}$. **12.** а) $\frac{t}{3}(v_1 + 2v_2)$. б) $\frac{(v_1 + 2v_2)}{3}$; в) 80 км/ч. **13.** а) $\frac{3s}{4v_1} + \frac{s}{4v_2}$. б) $\frac{4v_1v_2}{v_1 + 3v_2}$. в) 84,2 км/ч. **14.** 1 ч. **15.** При $t = 1$ с и при $t = 4$ с. Указание. Найдите точки графика, в которых касательная к нему параллельна отрезку, соединяющему начальную и конечную точки графика. **16.** б) При $t = 3$ с.

§ 5. **1.** а — увеличение, б — уменьшение. **2.** б. **3.** а) 1) $v_{0x} = 8$ м/с; $a_x = 2$ м/с^2; 2) $v_{0x} = 20$ м/с; $a_x = -4$ м/с^2; 3) $v_{0x} = -10$ м/с; $a_x = 1$ м/с^2; 4) $v_{0x} = -15$ м/с; $a_x = -3$ м/с^2. б) Первый и четвёртый разгоняются, второй и третий — тормозят. в) Четвёртого; третьего. **4.** а) Синий; 2 м/с^2. б) У красного; 1 м/с^2. **5.** а) *б* и *в*. б) *а* и *в*. в) *а* и *в*. г) См. рис. 1.

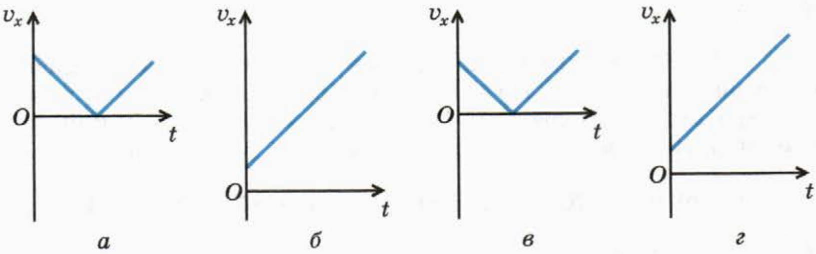


Рис. 1

6. б) При $t = 1$ с. в) При $t = 1$ с и $t = 4$ с. **8.** а) Вверх. б) Вниз. в) Вверх. г) Вверх. **9.** а) На север. б) 0,5 м/с^2. г) 18 км/ч.

§ 6. **2.** а) Синим. б) 2 м/с^2. в) 10 м/с и 5 м/с. г) При $t = 2{,}5$ с. **3.** а) 80 м. б) 320 м. в) 5 м. **6.** а) 6 м. б) −5 м/с. в) 2 м/с^2. е) При $t = 2{,}5$ с. ж) Да, при $t = 5$ с. з) При $t = 2$ с и $t = 3$ с. **7.** а) 160 м. б) 640 м. в) 10 м. **9.** 27,8 м; 111 м; 69,4 м; 278 м. **12.** а) 2 м/с^2. б) 10 с. в) 20 м/с. **13.** В 2 раза. **14.** б) 1,5 км. в) 2 км; 120 км/ч. **15.** а) −2 м/с^2. в) $x = 8t - t^2$. г) Будет, при $t = 4$ с. д) Побывает, при $t = 6$ с. е) Через 8 с; 32 м. **16.** д) 0,45 м/с; 0,3 м/с^2; 67,5 см. ж) При $t = 1{,}5$ с.

§ 7. **3.** 4 с. **5.** 5 м; 20 м; 45 м; 80 м. **11.** 200 м/с (720 км/ч). **20.** 5 м. **21.** а) 45 м. б) 30 м/с. **22.** а) 3 с. б) 15 м. в) 25 м. г) 30 м/с. **23.** а) 25 м/с. б) 31,25 м. в) 20 м. **24.** а) 10 м/с. б) 5 м. в) 25 м. **25.** в) $h = \frac{(2l + g\tau^2)^2}{8g\tau^2}$. г) 61,25 м. **26.** а) $\frac{v_0}{g}$. б) $\frac{v_0^2}{2g}$. в) $\frac{v_0}{2g}$. г) $\frac{3v_0^2}{8g}$. **27.** а) Связанной с кабиной лифта. б) $\sqrt{\frac{2h}{g}}$. в) $\sqrt{2gh}$; $\sqrt{2gh} - v_л$.

§ 8. **1.** В 720 раз. **4.** $\frac{1}{60}$ с$^{-1}$; $\frac{1}{3600}$ с$^{-1}$; $\frac{1}{43200}$ с$^{-1}$; $\frac{1}{86400}$ с$^{-1}$; $3{,}17 \cdot 10^{-8}\ \frac{1}{с}$. **8.** а) 7,1 м/с^2. б) 0,37 с$^{-1}$; 42 м/с (около 150 км/ч). **9.** 4 с. **10.** Угловая. **11.** В 60 раз. **13.** $7{,}27 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ (для всех точек земного шара). **18.** Вправо; $v = u\frac{R}{R - r}$. **19.** $3{,}1\sqrt{n}$ м/с, где n — натуральное число. **20.** Скорость конца минутной стрелки 0,26 мм/с; скорость конца часовой стрелки 0,015 мм/с; ускорение конца минутной стрелки $4{,}6 \cdot 10^{-7}\ \frac{м}{с^2}$; ускорение конца часовой стрелки $2{,}1 \cdot 10^{-9}\ \frac{м}{с^2}$. **21.** 463 м/с, или 1667 км/ч. **22.** а) 7,54 м/с. б) Против часовой стрелки; 7,54 м/с. в) $4\ \frac{1}{с}$. **24.** Нет: если бы они были сплошными, то все участки кольца двигались бы с одинаковым периодом обращения. Но тогда при удалении от планеты скорость участка увеличивалась бы. **25.** а) На запад. б) За 24 ч. в) 20 000 км. г) 231 м/с (833 км/ч). **26.** Первого; в 10 раз. б) Второго; в 10 раз. **27.** В 300 раз; в 17 раз.

§ 9. **1.** а) 30 с. б) На 30 м. в) 26,6°. **2.** В таком случае проекция скорости лодки на ось координат, перпендикулярную берегу, максимальна. **3.** а) 30°. б) 1,73 м/с. в) 34,6 с. **5.** а) 1 ч 6 мин 40 с. б) 1 ч 18 с. **6.** в) 22,4 м/с. г) 358 м. **7.** а) $a\frac{v_ч + v_т}{v_ч}$; $a\frac{\sqrt{v_ч^2 + v_т^2}}{v_ч}$; $a\frac{|v_ч - v_т|}{v_ч}$; $a\frac{\sqrt{v_ч^2 + v_т^2}}{v_ч}$. б) 1) 1,06; 2) 2,12. **8.** а) 25,7°. Указание. Удобно воспользоваться теоремой синусов. б) 0,87 м/с; под прямым. Указание. В таком случае синус угла α должен быть максимально возможным.

§ 10. **1.** 1 км. **2.** На первом больше, на втором — меньше. **3.** 10 м/с; время движения. **4.** а) Треугольник, основание которого численно равно времени движения поезда между остановками, а высота — максимальной скорости поезда. б) 30 км/ч. в) 60 км/ч. **5.** а) 20 м/с. б) 10 с. **8.** а) 14 м; 16 м; 18 м. б) 2 м/с². в) 9 м/с. **10.** а) 35 м/с. б) 3,5 с. **11.** г) 25 м/с. д) 2,5 с. е) 31,25 м. **12.** а) $\frac{2l}{t}$. б) $\frac{td}{l}$. в) $\frac{2l^2}{t^2 d}$. **13.** а) $\frac{n+1}{2}$. б) $\sqrt{\frac{2al}{n^2-1}}$. **14.** а) В 2 раза. б) На 10 м/с. в) 5 м/с.

§ 11. **5.** а) 45 м; 10 м/с. б) 3 с; 30 м. **6.** а) 2 с. б) 10 м. в) 20,6 м/с. г) 76°. д) $v = \sqrt{25 + 100t^2}$. **9.** а) 2 м/с. б) 3,46 м/с. в) 60°. г) 4 м/с. **12.** 20 м. **15.** 35° и 55°. **18.** а) 10 м/с. б) 33 см. в) 10 м. г) 5 м. **19.** а) $v_y(t) = 5 - 10t$. б) $v = 10\sqrt{1 - t + t^2}$. в) 8,66 м/с. **20.** 20 м. **21.** 62,5 м. **22.** а) 76°. б) 85°. в) 45°. **23.** 0,73 с; 2,7 с.

§ 12. **3.** $v_0 > AB\sqrt{\frac{g}{2h}}$. **4.** а) 20 м/с. б) Нет. в) $d = 20t$. г) 0,5 с. д) Они всё время удаляются друг от друга с постоянной скоростью. **8.** $d = \frac{4v_0^2 \sin\alpha}{g}$. **13.** $\alpha = 30°$. **14.** 30 м; 60 м; 60 м (камешки через 2 с упадут на землю). **15.** а) При подъёме. б) 2,1 м. в) 7,6 м/с. г) 7 м. д) 7 м. Указание: участок траектории мяча после его удара о стену является «зеркальным отражением» траектории, по которой продолжал бы двигаться мяч при отсутствии стены.

§ 13. **2.** а) 1 Н. б) 3 Н. в) Может (см. рис. 2). **3.** 90°. **4.** а) Решений бесконечное множество: две силы направлены противоположно друг другу, а третья направлена как угодно. б) Под углом 120° друг к другу. в) Решений бесконечное множество. Одно из них, симметричное, приведено на рисунке 3. **5.** а) 10 Н. б) 600 Н. **6.** 90°. **7.** а) 0°. б) 180°. в) 90°. **8.** Масса Земли во много раз больше массы камня, поэтому такая же по модулю сила сообщает Земле намного меньшее ускорение. **9.** 3 м/с^2; лишними данными является вся информация о скорости другой системы отсчёта. **10.** Ускорение бруска направлено вдоль наклонной плоскости вниз; 1 Н; лишнее данное — угол наклона плоскости. **11.** а) 2 кН. б) Противоположно скорости. **12.** а) 8 кН; вниз. б) Сила тяжести (направлена вниз, равна 10 кН) и сила нормальной реакции со стороны моста (направлена вверх и равна 2 кН). в) В 5 раз. У к а з а н и е. Воспользуйтесь результатом пункта б) и тем, что согласно третьему закону Ньютона вес равен по модулю силе нормальной реакции.

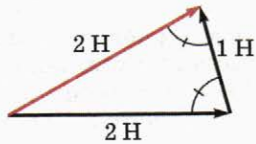


Рис. 2

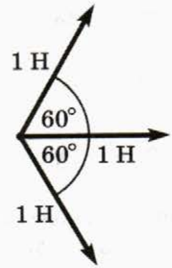


Рис. 3

§ 14. **1.** Сила притяжения материальных точек в 400 000 раз меньше веса комара. **3.** Уменьшится в 9 раз. **4.** С силой $6F$. **6.** Около 10 км/с (на самом деле скорость Сатурна 9,6 км/с; расхождение оценки с этим фактом обусловлено тем, что радиус орбиты Сатурна в 9,7 раз больше радиуса Земли). **8.** Около 27 лет (на самом деле период обращения Сатурна 29 лет; о расхождении оценки с этим см. замечание к заданию **6**. **12.** 2,5 м/с^2. **13.** В 6 раз. **14.** 3,3 МН. **16.** $v_I = \sqrt{\dfrac{GM_{\text{Зем}}}{R_{\text{Зем}}}}$. **17.** В 4,7 раза. **18.** $M_{\text{Зем}} = \dfrac{gR^2_{\text{Зем}}}{G}$. **19.** 1,1 км. **20.** $3{,}6 \cdot 10^{22}$ Н. **21.** 0,36 Н. **22.** 1,1 м/с^2. **23.** В $3{,}5 \cdot 10^3$ раз. **24.** В 9,4 раза. **25.** Примерно 85 мин. **26.** 3,5 км/с.

§ 15. **1.** а) $\vec{F}_{\text{упр}}$ и $\vec{F}_{\text{т}}$. б) $\vec{F}_{\text{упр}}$ и $\vec{P}$. в) $\vec{F}_{\text{упр}}$ и $\vec{P}$. г) $\vec{F}_{\text{упр}}$ и $\vec{F}_{\text{т}}$. **4.** а) 100 Н. б) Не изменится. **5.** а) У первой. б) 250 Н/м. **6.** 1,5 кг. **7.** а) 1000 Н/м. б) 12 см. **9.** 40 Н/м. **13.** 250 Н/м. **16.** 5 мм. **17.** $x = \dfrac{mg}{k}$. **18.** $2k$. У к а з а н и е: неразрезанную пружину можно рассматривать как систему двух последовательно соединённых её половинок. **19.** $9k$.

22. 200 Н/м и 300 Н/м. **23.** 10 Н; 15 Н. Указание. Когда одна пружина удлиняется, другая настолько же сжимается. Поэтому жёсткость системы пружин такая же, как для параллельно соединённых пружин.

§ 16. **2.** 78 кг; 42 кг. **3.** а) Вниз. б) 2 м/с^2. в) Вверх. **4.** а) Вверх. б) 4 м/с^2. в) 7 Н. **5.** а) 18 м/с. б) 20 м/с; масса автомобиля в данном случае значения не имеет. **6.** 4. **7.** Во время всего полёта. **8.** 1,4 м/с. **9.** а) 0. б) kx. **10.** $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{g}$; $\alpha = 27°$.

§ 17. **1.** В 3 раза. **2.** а) μmg. б) μg. **3.** 0,2. **4.** При скорости 60 км/ч на сухом асфальте от 20 до 30 м, на льду от 70 до 100 м; на скорости 120 км/ч на сухом асфальте от 80 до 120 м, на льду от 280 до 400 м. **5.** Да. **6.** 2 Н; 3 Н. **7.** 1 м/с^2; 0. **8.** $0 \leqslant x \leqslant 3$ см; $x = 3$ см; во втором случае важно только то, что скорость не равна нулю. **9.** Чтобы увеличить максимально возможную силу тяги, которая равна силе трения покоя между колёсами локомотива и рельсами. **10.** а) 5 м/с^2. б) Уменьшилось бы, потому что сила нормального давления, приходящаяся на ведущие колёса, была бы меньше действующей на автомобиль силы тяжести. **11.** Для бруска 3; 0,75. **12.** а) 2 Н. б) 4 Н. в) 6 Н. г) 10 Н. **13.** От 7 до 9 м/с.

§ 18. **1.** $M = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$. Указание. Объём шара $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. **2.** $g = \frac{4\pi G\rho R}{3}$. **3.** $1{,}3 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. **4.** $4{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. **5.** $v_I = 2R\sqrt{\frac{G\pi\rho}{3}}$. **6.** $T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$. **7.** Наибольшая средняя плотность у планеты А; средняя плотность больше средней плотности Земли у планет А и В. **8.** 24 ч. **9.** $r_{\text{гс}} = \sqrt[3]{\frac{gR_{\text{Зем}}^2T^2}{4\pi^2}}$. **10.** ≈ 43 тыс. км; ≈ 36 тыс. км. **11.** $\Delta P = P_{\text{п}} - P_{\text{э}} = m\frac{4\pi^2}{T^2}R$. **12.** Только с помощью пружинных, потому что гири на экваторе тоже станут легче. **13.** $1{,}4 \cdot 10^6$ Н; нет. **14.** 0,34 %. **15.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$. **16.** Примерно 85 мин. **17.** $M = \frac{2hR^2}{Gt^2}$. **18.** $\rho = \frac{3v^2}{4\pi GRl}$. Указание. Вспомните, чему равна максимальная дальность полёта тела, брошенного под углом к горизонту. **19.** а) $\frac{2\pi R}{T}$.

б) $2R\sqrt{\frac{G\pi\rho}{3}}$. в) $v < 2R\left(\sqrt{\frac{G\pi\rho}{3}} - \frac{\pi}{T}\right)$. **20.** а) Спутник А — в направлении вращения Земли, Б — в противоположном. б) А — 8 ч, Б — 24 ч. в) А — ≈ 20 тыс. км, Б — ≈ 43 тыс. км. **21.** а) К центру Земли. б) $r = R_{ЗЛ}\frac{\sqrt{M_{Зем}}}{\sqrt{M_{Зем}} + \sqrt{M_Л}}$. в) 23 Н. Указание. Период обращения корабля по орбите совпадает с периодом обращения Луны при её движении вокруг Земли.

§ 19. **2.** $a_x = g\sin\alpha$. **3.** $N = mg\cos\alpha$. **4.** 30°. **5.** 60°. **6.** а) $\frac{v_0^2}{2g\sin\alpha}$. б) $\frac{2v_0}{g\sin\alpha}$. в) v_0. **7.** а) $mg\sin\alpha$; $mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$. б) $\frac{mg}{\cos\alpha}$. **9.** $F_{тр.пок} = mg\sin\alpha$; лишнее данное — коэффициент трения: его значение не нужно, если известно, что брусок покоится, потому что на брусок действует сила трения *покоя*. **11.** 0,36. **12.** а) 74 см. б) 9,3 Н. **13.** а) $mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. б) $mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$. **14.** а) $mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)$. б) $mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)$. **16.** $a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. **17.** а) Уменьшается. б) Не изменяется. в) Увеличивается. г) Увеличивается. **18.** 0,36. 1,85 м/с^2; вниз вдоль наклонной плоскости. 0,93 м/с^2; вверх вдоль наклонной плоскости. **20.** $a_x = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$. **21.** а) 8,2 м/с^2. б) 6,1 м/с^2. **22.** а) $\frac{v_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$. б) $\frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$. в) $\frac{v_0}{g\sqrt{\sin^2\alpha - \mu^2\cos^2\alpha}}$. **23.** а) В 2,25 раза. Указание. Пройденный бруском путь при движении вверх и вниз одинаков, поэтому можно воспользоваться формулой $l = \frac{at^2}{2}$. б) 0,38. **24.** $\sqrt{2gh}$; лишнее данное — угол наклона плоскости. **25.** $2\sqrt{\frac{R}{g}}$. Обратите внимание: время соскальзывания не зависит от угла наклона жёлоба! Указание. Длина жёлоба $2R\sin\alpha$ (жёлоб — катет прямоугольного треугольника, гипотенузой которого является вертикальный диаметр диска). **26.** α. Указание. Чтобы груз двигался с ускорением $g\sin\alpha$, проекция силы натяжения нити на ось x должна быть равна нулю. **27.** а) 0,4 м/с^2. б) $v \geqslant 1{,}27\ \frac{м}{с}$. **28.** а) 22°. Указание. При малых углах наклона сила трения является

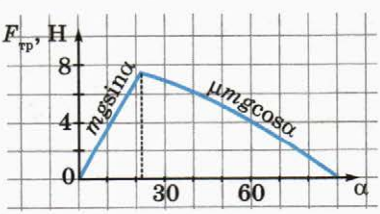


Рис. 4

силой трения покоя, она увеличивается при увеличении угла наклона; при достаточно больших углах наклона сила трения является силой трения скольжения, она уменьшается при увеличении угла наклона. б) 7,4 Н. в) См. рисунок 4.

§ 20. **3.** 4,5 м. Указание. Брусок будет двигаться до остановки в течение 3 с. **6.** 0; 1 Н. 2 м/с^2; 1,2 Н. **8.** а) 1,1 м/с. б) −0,5 м/с. **9.** а) $N = 20$ Н; $F = 10$ Н. б) $N = 15{,}5$ Н; $F = 9$ Н. в) $N = 8{,}4$ Н; $F = 12{,}3$ Н. **11.** а) 0,58 м/с^2. б) 0. **12.** 0,26 м/с^2; 32 Н. 0; 20 Н. **14.** 300 Н. **16.** 520 Н. Груз не сдвинется с места. Масса груза значения не имеет. **17.** а) 1,1 м/с^2; 24 Н. б) 0; 20 Н. **21.** Вверх, 12 м/с^2; 0; 0; вниз, 2,5 м/с^2. **22.** а) 0,45; 2,7 кг. б) 21,2 Н. **23.** а) 60 Н. Скорость движения санок значения не имеет (лишь бы она не была равна нулю). б) 280 Н. в) 56 Н. г) 4 м/с^2. **24.** 0,5. **25.** а) Вверх. б) 0; 0,5 м/с^2. **26.** 8 Н.

§ 21. **2.** $r \geqslant \dfrac{v^2}{\mu g}$. **3.** По сухому асфальту 25 км/ч, по льду 14 км/ч. **4.** $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{v^2}{rg}$; $\alpha = 53°$. **6.** Больше 36 км/ч. **8.** $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\alpha}{g}}$. **9.** а) 60°. б) 1 с. в) 43 см. г) 2,74 м/с. д) В 1,73 раза. е) За 6 мин. **10.** а) 20 м/с^2. б) 63°. в) 1,1 Н. г) 22,4 см. д) 1,6 с$^{-1}$. **11.** $2\pi\sqrt{\dfrac{r\,\mathrm{tg}\,\alpha}{g}}$. **12.** а) 0,4. б) 0,02 Н. в) См. рисунок 5. **13.** 5 с$^{-1}$. **14.** а) $g\,\mathrm{tg}\,\alpha$. б) $2\pi\sqrt{\dfrac{d + l\sin\alpha}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha}}$.

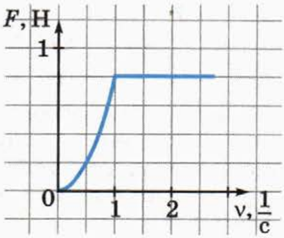


Рис. 5

§ 22. **3.** $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2}$. **4.** а) 1,5 кг и 0,5 кг. б) 1,5 Н. **5.** а) 5 м/с^2, вниз. б) 15 Н. в) 13,3 Н. **6.** $a = g\dfrac{m_г}{m_б + m_г}$. **7.** 4 Н; груз движется с ускорением, направленным вниз. **8.** а) $a = g\dfrac{M - m}{M + m}$. б) $g\dfrac{2Mm}{M + m}$. в) $g\dfrac{2Mm}{M + m}$. **10.** а) 1 м/с^2. б) 9 Н. в) 99 Н. **11.** а) 2. б) 0,5. в) $a_{1x} = 2g\dfrac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}$; $a_{2x} = g\dfrac{m_2 - 2m_1}{4m_1 + m_2}$. г) Когда $m_1 > 0{,}5m_2$. д) $\dfrac{3gm_1m_2}{4m_1 + m_2}$. е) $m_2 = 0{,}8m_1$. **14.** $a = g\dfrac{m_г - m_б\sin\alpha}{m_г + m_б}$. **15.** $a = g\dfrac{m_б\sin\alpha - m_г}{m_г + m_б}$. **16.** 25 см. **17.** а) 8 Н. б) 6 м/с^2. в) 0,5 кг. **18.** а) 2,5 м/с^2. б) 20 Н. Указание. Вес перегрузка проще всего найти из второго закона Ньютона для груза, на котором лежит перегрузок. в) 2,7 кг. **19.** 1,6 Н. **20.** Если $0,5 \cdot m_г > m_б \sin\alpha$, то $a_б = g\dfrac{0,5 \cdot m_г - m_б \sin\alpha}{0,5 \cdot m_г + m_б}$, $a_г = 0,5a_б$; если $0,5 \cdot m_г < m_б \sin\alpha$, то $a_б = g\dfrac{m_б \sin\alpha - 0,5 \cdot m_г}{0,5 \cdot m_г + m_б}$, $a_г = 0,5a_б$.

§ 23. **1.** 3 кН. **2.** $nF_{с1}$. **3.** 177. **4.** 210 кН. Указание. Сила тяги равна по модулю силе сопротивления, действующей на весь поезд, масса которого в 21 раз больше массы одного вагона. **5.** $F_{тяг} = (M + m)g\sin\alpha$. **6.** $F_{тяг\ max} = \mu Mg\cos\alpha$. **7.** 9,2 т. **8.** а) $a_{max} = g\left(\dfrac{\mu M\cos\alpha}{M + m} - \sin\alpha\right)$. б) $T_{max} = \dfrac{\mu Mmg\cos\alpha}{M + m}$. **9.** В 2,1 раза. **10.** $m_г g > \mu m_б g$; $a = g\dfrac{m_г - \mu m_б}{m_г + m_б}$. **11.** а) 0,4 м/с^2; 0. б) 4,8 Н; 5 Н. в) 4 Н; 5 Н. г) 20 см; 0 см. **12.** Больше одной пятой части. Указание. Верёвка начинает соскальзывать, когда сила тяжести, действующая на свисающую часть, превышает силу трения, действующую на часть, лежащую на столе. **13.** $a = g\dfrac{m_г - m_б(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_г + m_б}$; если $m_г > m_б(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Указание. Если брусок движется вверх, на него действует сила трения скольжения, направленная вниз. Полученное в этом предположении значение модуля ускорения должно быть положительным. **14.** $a = g\dfrac{m_б(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m_г}{m_г + m_б}$; если $m_г < m_б(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Указание. Если брусок движется вниз, на него действует сила трения скольжения, направленная вверх. Полученное в этом предположении значение модуля ускорения должно быть положительным. **15.** $m_б(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \leqslant m_г \leqslant m_б(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$. **16.** а) Вниз вдоль наклонной плоскости, 1,7 м/с^2; ускорение равно нулю; вверх вдоль наклонной плоскости, 1,4 м/с^2. б) 1,2 Н; 6 Н; 8,6 Н. в) Вверх вдоль наклонной плоскости, 2,2 Н; вниз вдоль наклонной плоскости, 1 Н; вниз вдоль наклонной плоскости, 2,2 Н. **17.** а) 2,9 м/с^2. б) 16°. **18.** Больше 34 см, но меньше 48 см.

§ 24. **1.** $v_{б x} = v_0 - \mu g t$; $v_{д x} = \mu g\dfrac{m_б}{m_д}t$. **2.** $\dfrac{v_0 m_д}{\mu g(m_б + m_д)}$. Указание. В искомый момент скорости бруска и доски относительно стола станут равными. **3.** $v_0\dfrac{m_б}{m_б + m_д}$. **4.** $\mu g\left(\dfrac{m_д + m_б}{m_д}\right)$. **5.** $l = \dfrac{v_0^2 m_д}{2\mu g(m_б + m_д)}$. **6.** $L \geqslant \dfrac{v_0^2 m_д}{2\mu g(m_б + m_д)}$. **7.** а) 6 м/с^2. б) 0,4 с.

в) 48 см. г) 0,4 м/с. Указание. Для нахождения этой скорости можно ускорение доски умножить на время, в течение которого брусок двигался по доске. **8.** а) 3 м/с^2. б) 1,5 м. в) 0,42 с. г) 2,15 м/с. д) 9 см. **11.** Больше 75 Н. **14.** $a = g\dfrac{m_г}{m_н + m_в + m_г}$. **15.** $a \leqslant \mu g$. **17.** $a_в = \mu g$; $a_н = g\dfrac{m_г - \mu m_в}{m_г + m_н}$. **18.** а) $\mu_{min} = 0{,}2$. б) Оба с одинаковым ускорением $a = 2\ \dfrac{м}{с^2}$. в) Верхний брусок с ускорением $a_в = 1\ \dfrac{м}{с^2}$, нижний — с ускорением $a_н = 2{,}4\dfrac{м}{с^2}$. **19.** $v_{min} = \sqrt{2\mu gl\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)}$. **20.** а) $\mu g = 2$ м/с^2. б) $2\mu g = 4$ м/с^2. в) $F \leqslant 3\mu mg = 0{,}6$ Н.

§ 25. **1.** На север, со скоростью 120 км/ч. **2.** а) 4 кг · м · с$^{-1}$; вертикально вниз. б) 4 кг · м · с$^{-1}$; вертикально вверх. в) 8 кг · м · с$^{-1}$; вертикально вверх. **7.** Использовался второй закон Ньютона, а он справедлив только в инерциальных системах отсчёта. **10.** 200 Н. **11.** а) 1000 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. б) 1000 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. в) 0,02 с. г) 50 кН. **12.** 4 м/с, вправо. **13.** а) Нулю. б) 1,2 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. в) 0,85 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. **14.** При забивании гвоздя в лежащую на песке доску продолжительность удара молотка по гвоздю будет больше. Поэтому сила удара будет меньше. **15.** а) 4 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. б) 10^5 Н.

§ 26. **2.** а) Скорость человека относительно земли в 2 раза больше скорости платформы. б) $v_{чп} = v_{чз} + v_{пз}$. Указание. Воспользуйтесь правилом сложения скоростей. в) 0,4 м/с, влево. г) Нулю. **4.** а) На горизонтально направленную ось. б) 30 $\dfrac{кг \cdot м}{с}$. в) 1 м/с. **5.** 10 м/с. **8.** а) Вправо, 0,33 м/с. б) Тележки остановятся. в) Влево, 0,67 м/с. **9.** 6 м/с. **10.** а) Первой. б) $\dfrac{M + m}{M}$. **11.** $\dfrac{mv_0 \cos\alpha}{M}$. **12.** 80 г. Указание. Столкновение не является упругим. **13.** 2 м. **14.** $\dfrac{mv}{(M + m)\mu g}$.

§ 27. **2.** а) $4 \cdot 10^5\ \dfrac{кг \cdot м}{с}$. б) $4 \cdot 10^5\ \dfrac{кг \cdot м}{с}$. в) $4 \cdot 10^5$ Н. г) 4 $\dfrac{м}{с^2}$. **8.** Приращения скорости будут увеличиваться, потому что вследствие сгорания топлива масса ракеты будет уменьшаться. **9.** Против часовой стрелки.

§ 28. **1.** а) Нулю. б) Нулю. в) 8 Дж. г) −2 Дж. **2.** а) 6 Дж. б) 3 Н. в) 6 Дж. **4.** 0°; 60°; 120°; 180°. **5.** а) α. б) $mgs\cos\alpha$. в) $s = \frac{h}{\cos\alpha}$. г) mgh. д) $-mgh$. **6.** а) mgl. б) Нулю. Указание. Сила натяжения нити направлена перпендикулярно скорости шара. в) mgl. **9.** а) 5 см. б) −0,32 Дж. **10.** 0,03 Дж. Указание. Работа силы упругости зависит только от *модулей* начальной и конечной деформации. **11.** а) Да. б) −6 Дж. **12.** 50 Вт. **13.** 1 кН. **14.** 80 с. **15.** а) −10 Дж. б) 30 Дж. в) 20 Дж. г) Есть: угол бросания. **16.** а) 2 см. б) 0,1 Дж. в) −0,05 Дж. г) 0,05 Дж. **17.** а) 10 Н. б) −200 Дж. в) 8,66 Н. г) −150 Дж. д) 866 Дж. е) 716 Дж. **18.** 27 %; лишнее данное — масса автомобиля.

§ 29. **1.** Увеличилась в 4 раза. **2.** Уменьшилась в $\sqrt{2}$ раз. **4.** а) 50 Дж. б) 25 Дж. в) 75 Дж. **5.** а) −200 Дж. б) 300 Дж. в) 100 Дж. г) 100 Дж. д) 10 м/с. **6.** а) −1 Дж. б) −1 Дж. в) Нулю. г) Нулю. д) −1 Дж. е) 1 Н. ж) 0,2. **7.** а) $0{,}5mgl$. б) Нулю. Указание. Сила натяжения нити направлена перпендикулярно скорости шара. в) $0{,}5mgl$. г) $0{,}5mgl$. Указание. Воспользуйтесь теоремой об изменении кинетической энергии. д) $v = \sqrt{gl}$. **8.** а) $\frac{kx^2}{2}$. б) $\frac{kx^2}{2}$. в) $x\sqrt{\frac{k}{m}}$. **9.** 30 Дж. **10.** а) Сила тяжести, сила нормальной реакции и сила трения скольжения. б) mgh. в) Нулю, потому что она в каждый момент времени перпендикулярна перемещению. г) Нулю. Указание. Воспользуйтесь теоремой об изменении кинетической энергии. д) $-mgh$. **11.** а) 0,52 Н. б) −0,26 Дж. в) 60°. г) 0,5 Дж. д) Нулю. е) 0,24 Дж. ж) 0,24 Дж. з) 1,55 м/с. **12.** а) 25 м. б) 5 с. в) 1,2 кН. г) 30 кДж. д) 6 кВт. **13.** а) 3 см. б) 0,09 Дж. в) −0,045 Дж. г) 0,045 Дж. д) 0,55 м/с. **14.** а) 40 Дж. б) 32,4 Дж. в) −7,6 Дж. г) 0,38 Н.

§ 30. **1.** Увеличивается; уменьшается. **2.** Уменьшается; увеличивается. **3.** а) 2 Дж; 3,6 Дж. б) В обоих случаях на 2 Дж. **4.** а) Уменьшилась на 0,01 Дж. б) Увеличилась на 0,03 Дж. в) Не изменилась. г) Увеличилась на 0,03 Дж. **5.** а) 2 см. б) Уменьшилась на 0,04 Дж. в) Увеличилась на 0,02 Дж. г) Уменьшилась на 0,02 Дж. **6.** а) 60 Дж. б) 45 Дж. в) Через $\sqrt{2}$ с. **7.** а) 5 м. б) Увеличилась на 50 Дж. **8.** а) Не изменяется. б) Уменьшается, потому что любая река течёт «сверху вниз». **9.** а) В 3 раза. б) 1 см. **10.** а) 4 см. б) 1 см. в) Более мягкой; в 4 раза.

§ 31. **1.** mgl. **2.** $-\frac{kx^2}{2}$. **3.** $mgl - \frac{kx^2}{2}$. **4.** а) Стержень лёгкий (то есть его массой, а следовательно, и кинетической энергией можно пренебречь); стержень может вращаться без трения (не учитывается работа сил трения). б) $-2mgl$. в) $\frac{mv_0^2}{2} - 2mgl$. г) $v = \sqrt{v_0^2 - 4gl}$.

5. б) $\dfrac{mg}{k}$. в) Нет, потому что он будет обладать кинетической энергией. г) На $\dfrac{m^2g^2}{k}$. д) На $\dfrac{m^2g^2}{2k}$. е) Уменьшилась на $\dfrac{m^2g^2}{2k}$. ж) $\dfrac{m^2g^2}{2k}$. з) Не изменилась. и) Не изменилась. **6.** а) Не изменяется. б) Уменьшается. в) Уменьшается. **8.** а) −250 Дж. б) −250 Дж. в) 500 Н. **9.** а) 50 Дж. б) 5 м. в) 2,5 м. г) 2,5 м. Указание. При этом потенциальная энергия равна половине своего максимального значения. д) 1,25 м. Указание. При этом потенциальная энергия равна 1/4 своего максимального значения. е) 4 м. Указание. При этом потенциальная энергия равна 4/5 своего максимального значения. **10.** а) 2,5 Дж. б) 22,5 Дж. в) 15 м/с. г) Есть: угол бросания. **11.** а) $\cos^2\alpha$. б) 45°. в) 60°. **12.** а) $\dfrac{(M-m)gl}{2}$. б) $\dfrac{(M-m)gl}{2}$. в) $v = \sqrt{\dfrac{(M-m)gl}{M+m}}$. **13.** а) 40 Дж. б) 20 Дж. в) −20 Дж. г) 2 Н. д) 10 Дж. е) −10 Дж. ж) 1 Н. з) Потому что средняя скорость мяча при спуске меньше, чем при подъёме. **14.** а) 0,5 Дж. б) 0,5 Дж. в) 7 см. г) 1,73 м/с. д) 2 м/с. **15.** а) 0,09 Дж. б) Нулю. в) −0,09 Дж. г) 0,2 Н. д) 0,4.

§ 32. **1.** $\dfrac{v_{10}}{v_{20}} = \dfrac{m_2}{m_1}$. **2.** $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. **3.** $v_1 = \sqrt{v_{10}^2 + v_0^2}$; $v_2 = \sqrt{v_{20}^2 + v_0^2}$. **4.** а) $\dfrac{v_{10}}{v_{20}} = \sqrt{\dfrac{v_1^2 - v_{c0}^2}{v_2^2 - v_{c0}^2}}$. б) $\dfrac{m_2}{m_1} = \sqrt{\dfrac{v_1^2 - v_0^2}{v_2^2 - v_0^2}}$. **5.** $\dfrac{v_{10}}{v_{20}} = \dfrac{m_2}{m_1}$. Указание. Времена движения осколков до падения равны. **6.** а) $m_2 = 2m_1$. б) Скорость первого осколка равна по модулю скорости снаряда и направлена противоположно ей. в) Скорость второго снаряда в 3 раза больше скорости снаряда перед разрывом. в) $\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. г) $\dfrac{2v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. **9.** $u_{1x} = v_1\dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$; $u_{2x} = v_1\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}$. **11.** а) 1,5 м/с. б) Масса второго шара в 5/3 раза больше, чем масса первого. **13.** а) 0,09 Дж. б) 3 м/с. в) 1 м/с. г) 5 см. д) 2 м/с. е) 20 см. **14.** а) $\dfrac{v}{2}$. б) $\dfrac{mv^2}{2}$. в) $\dfrac{mv^2}{4}$. г) $\dfrac{mv^2}{4}$. **15.** а) $\dfrac{mv_п^2}{2} = 450$ Дж. б) $v_п\dfrac{m}{M+m} = 3\,\dfrac{м}{с}$. в) $\dfrac{mv_п^2}{2}\dfrac{m}{M+m} = 4{,}5$ Дж. г) $\dfrac{mv_п^2}{2}\dfrac{M}{M+m} = 445{,}5$ Дж. д) $\dfrac{mv_п^2}{2}\dfrac{m}{M+m} = 4{,}5$ Дж. е) $\dfrac{mv_п^2}{2g}\dfrac{m}{(M+m)^2} = 0{,}45$ м. **16.** а) Через 12 с. Указание. Когда второй шар окажется на высоте разрыва, его скорость будет равна скорости первого шара сразу после разрыва. б) 60 м/с. в) 240 м. г) 4680 м. д) 306 м/с. **17.** а) 2 м/с. б) 400 г. **18.** а) 0,5 кг. б) 25 Дж. в) 7 Дж. г) 18 Дж. **19.** а) $\frac{Mv^2}{2} + mgh$. б) $\frac{Mv}{M+m}$. в) $\frac{Mv^2}{2} \cdot \frac{M}{M+m}$. г) $\frac{Mv^2}{2} \cdot \frac{m}{M+m} + mgh$.

§ 33. **1.** а) Сила натяжения нити и сила тяжести. б) Вверх. в) $F = T - mg$. **3.** а) 3 Н. б) В 3 раза. **4.** В нижней части рисунка расстояния между последовательными положениями шарика больше, чем в верхней, потому что скорость шарика увеличивается с уменьшением его высоты. **5.** а) Указание. В верхней точке сила натяжения нити направлена вниз, а в нижней точке — вверх. б) В верхней точке ускорение направлено вниз, а в нижней — вверх. **7.** На 6 Н. **8.** а) $v_{\text{в}\min} = \sqrt{gl}$. Указание. Воспользуйтесь уравнением (4). б) Ускорению свободного падения g. в) $v_{\text{н}\min} = \sqrt{5gl}$. г) $6mg$. **9.** б) $h = l(1 + \cos\alpha)$. **10.** а) 70 см. б) 2,4 Н. **11.** а) $v_0 > 3{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. б) $v_0 = 3$ м/с. **12.** а) Равная нулю. б) $2\sqrt{gl}$. в) $5mg$. **14.** $H_{\min} = \frac{5r}{2}$. **16.** а) 45 см. б) 0,5 Н. **17.** б) $h = r\cos\alpha$. в) $h = \frac{2r}{3}$. **18.** б) $r(1 - \cos\alpha)$; $r\alpha$. г) 3,3. **19.** а) $v < \sqrt{2gl}$. б) $v < 2\sqrt{gl}$. **20.** а) $h = \frac{5r}{3}$. б) $2mg$. **21.** Если $v_0 \geqslant \sqrt{gr}$, то $h = r$; если $v_0 < \sqrt{gr}$, то $h = \frac{v_0^2 + 2gr}{3g}$. **22.** а) $h = \frac{2}{3}\left(r - \frac{Q}{mg}\right)$. б) $\frac{r}{2}$. **23.** При выполнении мёртвой петли направленное вниз центростремительное ускорение в верхней точке круговой траектории превышает обычно ускорение свободного падения. Это ускорение сообщает пилоту действующая на него сила тяжести вместе с силой нормальной реакции кресла, направленной тоже *вниз*. Согласно третьему закону Ньютона, пилот давит при этом на кресло силой, направленной *вверх*.

§ 34. **2.** $V = m\sqrt{\frac{2gH}{M(M+m)}}$. **4.** а) 2,1 м/с. б) 30 см. в) 0,5 кг. **5.** а) 1,61 м/с. б) 0,37 м/с. в) 0,74 м/с, вправо: 0,87 м/с, влево. Указание. См. § 32, уравнения (3)—(5). **7.** Суммарная механическая энергия горки и шайбы и горизонтальная проекция их суммарного импульса. **8.** $MV_x + mv_x = 0$; $\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mg(H - h)$, где $\vec{V}$

и $\vec{v}$ — скорости горки и шайбы в момент, когда шайба находится на второй вершине; найти можно проекции этих скоростей на горизонтально направленную ось x. **9.** 0,2 м/с; вправо, 1 м/с, влево. **10.** Суммарная механическая энергия бруска и шайбы и горизонтальная проекция их суммарного импульса. **11.** $MV_x + mv_x = 0$; $\frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgH$, где $\vec{V}$ и $\vec{v}$ — скорости бруска и шайбы в момент, когда шайба находится на дне выемки; найти можно проекции этих скоростей на горизонтально направленную ось x. **12.** 0,11. **14.** $h = H\frac{M}{M+m}$. **15.** 200 г. **16.** $v_x = -\frac{v_0(M-m)}{M+m}$; $V_x = v_0\frac{2m}{M+m}$. **18.** 4,3 см. **19.** а) $\frac{kx^2}{2}$. б) Нулю. в) $-\mu(m_1 + m_2)gl$. **20.** 0,25. **21.** а) $\frac{v_{\text{чр}}}{v_{\text{тр}}} = \frac{M}{m}$. б) $v_{\text{чт}} = v_{\text{чр}} + v_{\text{тр}}$. в) $v_{\text{тр}} = \frac{v_{\text{чт}}m}{M+m}$. г) $v_{\text{чр}} = v_{\text{чт}}\frac{M}{M+m}$. д) $\frac{L}{v_{\text{чт}}}$. е) $L\frac{m}{M+m}$. ж) Нулю. **22.** а) mgl. б) $\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}$. в) 2,2 м/с; 0,55 м/с. **23.** а) 3 м/с. б) 1,2 м/с. в) 3,3 см.

§ 35. **2.** 58 Н; 58 Н; 100 Н. **3.** а) 10,6 Н. б) 2,05 кг. **4.** а) 60°. б) 87°. **5.** а) Потому что $T_3 = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{T_2}{\sin\alpha}$, а $\cos\alpha < 1$, $\sin\alpha < 1$. б) $T_3 = \sqrt{(mg)^2 + T_2^2}$. **6.** 1 м; 0; 0; $\sqrt{2}$ м. **7.** -2 Н · м; 0; 0; 2 Н · м. **8.** а) $\frac{L\sin\alpha}{2}$; $-mg\frac{L\sin\alpha}{2}$. б) $L\cos\alpha$; $TL\cos\alpha$. в) $T = \frac{mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{2}$. **9.** Указание. Поместите ось, относительно которой вычисляются моменты сил, в точку пересечения линий действия любых двух сил и примените второе условие равновесия. **10.** в) В середине стержня. **11.** $l\frac{m_2}{m_1 + m_2}$. **12.** а) 0,3 м; 0,2 м. б) Зелёного 600 Н, синего 400 Н. **13.** 17,3 кг. **14.** 1,73 кг. **15.** а) 13 см; 10 см. б) $-2{,}6$ Н · м; 3 Н · м. в) Нет, потому что не выполнено правило моментов; против часовой стрелки. **16.** 0,4 м. **17.** а) 4 кг. б) 30 см.

§ 36. **1.** $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2r}{h}$. **4.** Только конус и цилиндр: их можно перекатывать подобно шару (рис. 6); все; для всех.

Рис. 6

5. а) $\sqrt{\frac{d^2}{4} + H^2} - H$. б) $mg\left(\sqrt{\frac{d^2}{4} + H^2} - H\right)$. **6.** $\operatorname{tg}\alpha_{ск} = \mu$.

7. $\operatorname{tg}\alpha_{опр} = \frac{2r}{h}$. **8.** *а* и *б*. **9.** Указание. В этом случае не будет выполнено ни первое условие равновесия, ни второе (относительно, например, верхнего конца лестницы). На самом деле, чтобы тело не могло находиться в равновесии, достаточно, чтобы не было выполнено хотя бы *одно* условие равновесия. **13.** 45°. **14.** $\operatorname{tg}\alpha \leqslant \mu$. **16.** 0,45 Н. **17.** Сила надо приложить в точке B, которая диаметрально противоположна точке A касания колеса со ступенькой. Направить силу надо перпендикулярно линии AB. В таком случае момент силы $\vec{F}$ относительно края ступеньки будет максимальным. **18.** $\sqrt{2rh - h^2}$. **19.** $F_{min} = mg\frac{\sqrt{2rh - h^2}}{2r}$. **20.** $h = r(1 - \cos\alpha)$. **21.** а) Воспользуйтесь правилом моментов относительно центра шара. б) $mg\frac{r + l}{\sqrt{2lr + l^2}}$. в) $mg\frac{r}{\sqrt{2lr + l^2}}$. **22.** а) К любому верхнему ребру куба; под углом 45° к горизонтали. б) $\frac{mg}{2\sqrt{2}}$.

§ 37. **2.** 10 м. **3.** а) 20 см. б) 0,8 кг. **4.** б) 12,5 см. в) 1 кПа. г) 10 см. д) На 5 см. **5.** $\rho g a^3$. **6.** а) Латунный. б) В сторону латунного. г) На 8,2 см. **7.** 500 $\frac{кг}{м^3}$. **8.** б) 750 $\frac{кг}{м^3}$. **9.** Уменьшилась. Указание. На погружённую в воду часть палочки действует сила Архимеда. Момент этой силы относительно нижнего конца палочки имеет тот же знак, что и сила давления края стакана на палочку (положительный). **11.** В 1,3 раза. **12.** На оба шарика действует одинаковая сила Архимеда, поскольку оба они плавают и масса у них одинаковая. **14.** а) Того, который плавает в керосине. б) На 25 см³. **15.** Верхняя жидкость давит на нижнюю своим весом, вследствие чего направленная вверх сила давления нижней жидкости на нижнюю грань бруска увеличивается. **17.** 880 $\frac{кг}{м^3}$. **18.** 0,27. **19.** а) 50 кг. б) 2,5 Дж. **20.** Нет: вес рыбы равен по модулю выталкивающей силе, действующей на рыбу со стороны воды. **21.** $P = 5P_к - 4P_в$. **22.** а) 5 см. б) Уменьшилась на 4 см. **23.** Латунный перевесит. Указание. Действующая на шары сила Архимеда имеет равные значения, но плечо силы, действующей на алюминиевый шар, больше. **24.** 34 м. **25.** 0,33 Н.

ПРЕДМЕТНО-ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ: КЛЮЧЕВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧАХ

Глава 2. ДИНАМИКА

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ: КЛЮЧЕВЫЕ СИТУАЦИИ В ЗАДАЧАХ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Проектная и исследовательская деятельность

Поставим опыт

Углубляем и расширяем знания

Используем ресурсы Интернета

Систематизируем и обобщаем знания

Проверь себя

Готовимся к экзамену

Решим задачу

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Объём шара $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

Площадь сферы $S=4\pi R^2$

Гравитационная постоянная $G=6{,}67\cdot 10^{-11}$ м^2/кг^2

Радиус Земли 6400 км

Расстояние от Земли до Луны 380 000 км

Расстояние от Земли до Солнца 150 млн км

Период обращения Луны вокруг Земли 27,3 сут.

Масса Солнца $2\cdot 10^{30}$ кг

Масса Земли $6\cdot 10^{24}$ кг

Масса Луны $7{,}3\cdot 10^{22}$ кг

Радиус Луны 1740 км